1. Возможные механизмы развития утомления силы хвата высококвалифицированных гимнасток / Е. С. Ниази [и др.] // Состояние, проблемы и пути совершенствования спортивной и оздоровительной тренировки в гимнастике, танцевальном спорте и фитнесе: материалы III Всеросс. науч.-практ. конф. с междунар. участием, Казань, 27 октября 2023 года. – Казань: Поволжский государственный университет физической культуры, спорта и туризма, 2023. – С. 252–256.

2. Rodríguez Cruz PM, Cossins J, Beeson D, Vincent A. The Neuromuscular Junction in Health and Disease: Molecular Mechanisms Governing Synaptic Formation and Homeostasis. Front Mol Neurosci. 2020 Dec 3;13:610964. doi: 10.3389/fnmol.2020.610964. PMID: 33343299; PMCID: PMC7744297.

Новицкий О.А.

Белорусский государственный университет физической культуры

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ В ОБЛАСТИ СПОРТА

Novitsky O.

Belarusian State University of Physical Culture

APPLICATION OF OPERATIONS RESEARCH METHODS IN THE FIELD OF SPORTS

Аннотация. В статье рассмотрена методика применения методов исследования операций при решении задачи о назначениях амплуа игроков в гандбольной команде. Сформулирована соответствующая математическая модель, позволяющая решить поставленную задачу методом стандартного линейного программирования.

Ключевые слова: исследование операций; линейное программирование; оптимальное решение; амплуа гандболистов.

Abstract. The article discusses the methodology for applying research methods operations in solving the problem of assigning the role of players in a handball team. A corresponding mathematical model is formulated, which makes it possible to solve the problem by the method of standard linear programming.

Keywords: operations research; linear programming; optimal solution; The role of handball players.

Предметом исследования операций являются различные виды человеческой деятельности при планировании в экономике, производстве, военном деле, в том числе и спорте [1]. Любое исследование операций требует создание математической модели, законченный вид которой можно представить следующим образом [2].

Максимизация или минимизация целевой функции при условии выполнения ограничений. Решение задачи называется допустимым, если оно удовлетворяет всем ограничениям модели. Решение будет оптимальным, если, кроме того, что оно допустимо, целевая функция при этом решении достигает оптимального (максимального или минимального) значения. Для окончательного решения используется метод линейного программирования и симплекс-метод, что требует от исследователя достаточно высокой математической подготовки

Стремительное развитие компьютерной техники и программного обеспечения позволяет решить данную задачу с гораздо меньшими усилиями. В частности, весьма успешным оказалось применение математического пакета MATHCAD [3]. Основную методику применения исследования операций в спорте рассмотрим на примере расстановки игроков гандбольной команды.

Ограничимся рассмотрением достаточно простой и не столь уже редкой ситуации. За несколько дней до ответственной встречи в команде были заменены не только ряд игроков, но также и тренер. На его место пригласили нового, недостаточно опытного наставника, который малознаком с отдельными игроками и с их возможностями. Перед новым тренером стоит задача: распределить между игроками команды обязанности таким способом, чтобы достичь наибольшей результативности действий всей команды.

Для применения методов исследования операций построим математическую модель данной задачи. Чтобы не действовать наугад, воспользуемся приемом, позволяющим в сжатые сроки познакомиться с возможностями всех игроков. Членам команды тренер предлагает серию тестов, позволяющих оценить их способности играть разыгрывающим, левым полусредним, правым полусредним, линейным, правым крайним и левым крайним. Действия игроков, назовем их A, B, C, D, E, F оценим в некоторых условных баллах (1 – 10).

Для начала протестируем 6 полевых игроков. Они займут свои места на старте матча. Аналогичное тестирование пройдут 6 других полевых игроков, которые по усмотрению тренера в процессе игры будут выходить на замену. Так как рассматриваемая задача представлена в качестве иллюстративного примера, ограничимся проведением одного тестирования.

Сведем результаты проведенного тестирования в таблицу 1.

Таблица 1. – Результаты тестирования.

Игрок	Разыгрывающий	Левый полусредний	Правый полусредний	Линейный	Правый крайний	Левый крайний
A	6	7	4	5	5	6
B	8	9	6	4	6	5
C	9	6	3	3	2	7
D	6	3	7	6	6	5
E	2	7	3	4	5	8
F	3	5	6	7	7	6

Чем выше балл, тем предпочтительнее назначение игрока на соответствующее амплуа. Запомним смысл записанных чисел и будем работать с матрицей баллов M:

$$M := \begin{pmatrix} 6 & 7 & 4 & 5 & 5 & 6 \\ 8 & 9 & 6 & 4 & 6 & 5 \\ 9 & 6 & 3 & 7 & 2 & 7 \\ 6 & 3 & 7 & 6 & 6 & 5 \\ 2 & 7 & 6 & 4 & 5 & 8 \\ 3 & 5 & 6 & 7 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

В качестве критерия эффективности игры всей команды выберем сумму баллов, оценивающих игру каждого.

Воспользуемся для данной задачи о назначениях удобной для решения математической моделью, которая формализуется в терминах линейного программирования – самого завершенного и нашедшего наиболее широкое применение в теории исследования операций.

Присвоим игрокам A, B, C, D, E, F соответственно номера i = 1, 2, 3, 4, 5, 6. Аналогично обозначим номерами j=1, 2, 3, 4, 5, 6 обязанности разыгрывающего, левого полусреднего, правого полусреднего, линейного, правого крайнего и левого крайнего соответственно. Затем введем в рассмотрение 36 неизвестных X_{ij} (i=1,...,6, j =1 ,...., 6), значения которых мы станем интерпретировать как указания о назначении игрока под номером i на выполнение обязанностей своего амплуа j. При этом каждая из переменных X_{ij} может принимать лишь одно из двух возможных значений:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если игрок } i \text{ назначен на роль } j, \\ 0, \quad \text{в ином случае.} \end{cases} \tag{1}$$

Совокупность пока неизвестных величин X_{ij} составляет матрицу назначений X:

$$\begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} & X_{15} & X_{16} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & X_{25} & X_{26} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} & X_{35} & X_{36} \\ X_{41} & X_{42} & X_{43} & X_{44} & X_{45} & X_{46} \\ X_{51} & X_{52} & X_{53} & X_{54} & X_{55} & X_{56} \\ X_{61} & X_{62} & X_{63} & X_{64} & X_{65} & X_{66} \end{pmatrix}$$

В каждой строке и каждом столбце матрицы *X* лишь единственный из элементов равен 1, остальные равны нулю. Это обязательное условие (ограничение) может быть записано в соответствующей форме: сумма всех элементов по каждой строке (столбцу) равна 1:

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} &= 1 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} &= 1 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} &= 1 \qquad (2) \\ X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} &= 1 \\ X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} + X_{56} &= 1 \end{aligned}$$

$$X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65} + X_{66} = 1$$

Присоединяем требование неотрицательности неизвестных

$$X_{ij} \geq 0 \ (i= 1, ...,6; j= 1, ...,6). \quad (3)$$

Игрок под номером *i*, назначенный на амплуа j, внесет свою долю в общую эффективность Ф(Х) в размере $a_{ij} * x_{ij}$. Здесь a_{ij} – элемент соответствующей матрицы баллов Г, расположенный на пересечении ее i-й строки и j-го столбца. Общая эффективность игры команды составит сумму из 36 слагаемых

$$T(X) = 6x_{11} + 7x_{12} + ...+ 6x_{66}. \quad (4)$$

Поиск матрицы назначений X, доставляющей эффективности T(X) наибольшее значение, сводится к следующей математической задаче: среди всех неотрицательных решений

$$X_{ij} \geq 0 \quad (i=1,...,6; j=1,...,6)$$

системы ограничений (1) и (2) выбрать такое, которое придает функции (4) наибольшее значение (оптимизирует T(X)).

Сформулированная задача и есть математическая модель задачи о распределении обязанностей полевых игроков в стартовом составе гандбольной команде. Проведение второго тестирования с 6-ю игроками оставшегося состава позволит тренеру откорректировать стартовый состав.

Листинг решения рассмотренной задачи в Mathcad имеет следующий вид:

Ввод конечных значений индексов:

$ORIGIN := 1 \qquad m := 6 \qquad n := 6 \qquad i := 1..m \qquad j := 1..n$

Матрица M и векторы ограничений:

$$M := \begin{pmatrix} 6 & 7 & 4 & 5 & 5 & 6 \\ 8 & 9 & 6 & 4 & 6 & 5 \\ 9 & 6 & 3 & 7 & 2 & 7 \\ 6 & 3 & 7 & 6 & 6 & 5 \\ 2 & 7 & 6 & 4 & 5 & 8 \\ 3 & 5 & 6 & 7 & 7 & 6 \end{pmatrix} \quad A := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad e1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad e2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Целевая функция:

$$T(x) := \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left(M_{i,j} \cdot x_{i,j}\right)$$

Начальные значения:

$$x := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Блок решения:

Given

$$x \geq 0 \qquad x \cdot e1 = A \qquad x^{T} \cdot e2 = B$$

$$s := \mathrm{Maximize}(T, x)$$

Вывод результатов:

$$s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad T(s) = 45$$

Согласно полученному решению, оптимальная расстановка игроков, следующая: A – линейный, B – левый полусредний, C – разыгрывающий, D – правый полусредний, E – левый крайний, F – правый крайний.

Рассмотренное решение можно реализовать в среде Excel, Maple, Matlab и др. Однако, на наш взгляд, применение Mathcad предпочтительнее, благодаря понятному и достаточно простому пользовательскому интерфейсу. Применение Mathcad позволяет решить множество других задач по исследованию операций, встречающихся в различных спортивных дисциплинах.

1. Садовский, Л. Е. Математика и спорт / Л. Е. Садовский, А. Л. Садовский. – М.: «Наука», 1985. – 192 с.

2. Таха, Х. А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ / Х. А. Таха. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.

3. Имамов, А. И. Организация решения задач исследования операций в MATHCAD / А. И. Имамов, Б. С. Эргашев // Молодой ученый. – 2015. – № 8. – С. 5–19.