6. Мисиньш, И.Я. Исследование динамики развития прыгучести у волейболисток: автореф. дис. … канд. пед. наук / И.Я. Мисиньш. – Тарту, 1973. – 29 с.
7. Наралиев, А.М. Факторная структура и методика совершенствования скоростно-силовой подготовленности волейболистов: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.04 / А.М. Наралиев. – М.: ГЦОЛИФК, 1987. – 23 с.
8. Чан, С.Д. Педагогический контроль физической подготовленности волейболисток в годичном цикле: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.04 / С.Д. Чан. – М.: ГЦОЛИФК, 1987. – 23 с.
9. Сергеев, Э.А. Исследование методов отбора юных волейболистов и прогнозирование их спортивных достижений: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.04 / Э.А. Сергеев. – Л.: ГДОИФК, 1979. – 20 с.
10. Ткачук, В.А. Управление физической подготовленностью студентов с использованием АСУ (на примере групп спортивного совершенствования): автореф. дисс. … канд. пед. наук: 13.00.04 / В.А. Ткачук. – Малаховка, 1983. – 24 с.
11. Клещев, Ю.Н. Специальная физическая подготовка / Ю.Н. Клещев, А.Г. Фурманов // Юный волейболист. – М.: ФиС, 1979. – С. 10–31.
12. Железняк, Ю.Д. Физическая подготовленность волейболистов / Ю.Д. Железняк // К мастерству в волейболе. – М.: ФиС, 1978. – С. 152–155.
13. Железняк, Ю.Д. Нормативы по физической подготовке / Ю.Д. Железняк // Юный волейболист: учеб. пособие. – М.: ФиС, 1988. С. 48–49.
14. Рокицкий, П.Ф. Измерение связи. Регрессия / П.Ф. Рокицкий // Биологическая статистика: учеб. пособие. – Минск: Выш. шк., 1973. – С. 141–169.
15. Baacke, H. Hoher Sprung ü erfolgreicher Angriff / H. Baacke // Volleybal. – 1971. – Nr. 11–12.
16. Breznen, G. Telesna priprava / G. Breznen // Voleibal. – Bratislava: Slovenske Vydavatel'stvo, 1970. – S. 26–50.
17. Hubka, J. Osobitnosti prace s miaclezo so zenami / J. Hubka // Voleibal. – Bratislava: Slovenske Vydavatel'stvo, 1970. – S. 157–168.
18. Lukac, I. Vyskok nejlepsich evropskyh voleibalistoc / I. Lukac // Teorie a Praxetelesne Vychovy. – 1960. – Nr. 2.

Поступила 14.04.2010

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТИВНОСТИ В СПОРТИВНЫХ ИГРАХ С ФИКСИРОВАННЫМ ВРЕМЕНЕМ МАТЧА В КРУГОВЫХ ТУРНИРАХ

В.Я. Бунин, канд. пед. наук, доцент,
Белорусский государственный университет физической культуры

Методом математического моделирования исследовалась закономерность влияния количества участников и различий их соревновательных потенциалов на результативность матчей в круговых турнирах для спортивных игр с фиксированным временем матча. При задании параметров модели использованы эмпирические данные о величине и структуре соревновательных потенциалов команд в 474 чемпионатах 5 европейских стран по футболу. Получено аналитическое выражение для математического ожидания количества забиваемых за матч голов в турнире, если величины потенциалов нападения и защиты участвующих команд образуют геометрическую прогрессию.

A method of mathematical modeling was applied to investigate the regularity of the number of participants and their potential differences influence on match results in circuit tournaments in sports games with a fixed match time. Empirical data concerning the value and structure of a team's competitive potential in 474 football championships of 5 European countries were used to set the model's parameters. Analytic expression for mathematical anticipation of goals number per match in a tournament was got, if attack and defense values of potentials of participating teams form a geometrical progression.

Центральным компонентом научной теории является ее номологическая основа – система законов (закономерностей), знание которых позволяет объяснять и предсказывать явления и процессы в соответствующей предметной области [1, 2]. Несмотря на значительный интерес к проблемам, входящим в сферу исследования теории спортивных соревнований, закономерности продуцирования спортивных результатов в настоящее время остаются недостаточно исследованными. В большинстве публикаций специфика соревнований в спорте преимущественно рассматривается либо на качественном уровне путем описания и классификации происходящих событий, либо путем индуктивных обобщений цифрового эмпирического материала на основе математико-статистических методов [3–8]. Несомненно, такие исследования являются необходимой предпосылкой становления и на определенных этапах прогресса теории спорта как научной дисциплины. Однако в настоящее время степень ее разработанности позволяет получать количественные характеристики закономерностей соревновательной деятельности, включая закономерности продуцирования спортивных результатов. При этом становятся доступными теоретические оценки не только динамики и результатов отдельных матчей, боев, забегов и т. д., но и целых соревнований (турниров) с различным числом участников.

В частности, одной из существенных характеристик соревновательной деятельности в спортивных играх с фиксированным временем матча (футбол, хоккей и т. п.) является ее результативность. Этот показатель не только выступает в качестве спортивного результата (т. е. непосредственной цели участников), но и конфигурирует многочисленные социальные функции конкретного вида спорта, в значительной степени определяя его зрелищность, популярность, экономическую привлекательность и т. д.

Задача настоящего исследования – выявление зависимости результативности (среднего количества забиваемых за матч голов) в круговых турнирах от количества участников и величин их соревновательных потенциалов.

Под соревновательным потенциалом понимается способность участника изменять ход состязания так, как это необходимо для достижения цели [9].

Для выявления указанных закономерностей необходимым условием является задание величин соревновательных потенциалов участников. Выбор этих величин осложняется тем, что все возможные участники турнира (размещенные, например, на территории какого-либо региона), неодинаковы по величине соревновательного потенциала.

Несмотря на то, что математическое моделирование позволяет изучать отклик модели на любые допустимые величины входных параметров, вполне объясним интерес к исследованиям в таких их диапазонах, которые соответствуют реальным характеристикам изучаемых процессов.

Поэтому для решения задачи настоящего исследования предварительно были получены эмпирические оценки величин соревновательных потенциалов участников круговых турниров.

Пусть в группе (лиге, дивизионе, конференции) соревнуются n команд, каждая из которых обладает некоторым соревновательным потенциалом. Применительно к спортивных играм с заданным временем матча можно представить, что величина соревновательного потенциала i-й команды E_i определяется потенциалами ее нападения A_i и защиты D_i [9] (формула 1):

$$E_i = A_i D_i,\ A_i > 0,\ D_i > 0. \tag{1}$$

Предполагается, что величины соревновательных потенциалов не изменяются в ходе турнира.

В качестве оценок A_i и D_i потенциалов участников сыгранного кругового турнира целесообразно использовать такие величины, которые бы минимизировали сумму квадратов разности S между фактическим количеством забитых голов и его математическим ожиданием в каждом матче, задаваемом отношением потенциалов нападения и защиты соперников (формула 2):

$$S = \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left(g_{kij} - \frac{A_i}{D_j}\right)^2,\ i \neq j, \tag{2}$$

где g_{kij} – фактическое количество голов, забитых i-й командой в ворота j-й команды в k-м круге,
m – количество кругов в турнире,
n – количество участвующих команд.

Задача минимизации величины S легко решается с помощью следующего итерационного алгоритма. Для i-й команды при некоторых заданных потенциалах защиты соперников $D_j > 0$ и количестве фактически забитых голов в их ворота g_{kij} в каждом матче находилось такое значение A_i, которое минимизировало сумму элементов с индексом i. Соответствующая расчетная формула выводилась с помощью стандартного алгоритма: для суммы этих элементов находилась первая производная по A_i, которая приравнивалась к нулю; решение полученного уравнения давало искомую оценку A_i. По такой же схеме была получена формула для вычисления наилучшей оценки потенциала защиты D_i i-й команды. В частности, в турнире, проводимом в один круг, оценка величин потенциалов нападения и защиты команды 1 вычислялась по формулам (3):

$$A_1 = \frac{g_{1.1.2} D_2^{-1} + g_{1.1.3} D_3^{-1} + \ldots + g_{1.1.n} D_n^{-1}}{D_2^{-2} + D_3^{-2} + \ldots + D_n^{-2}},$$

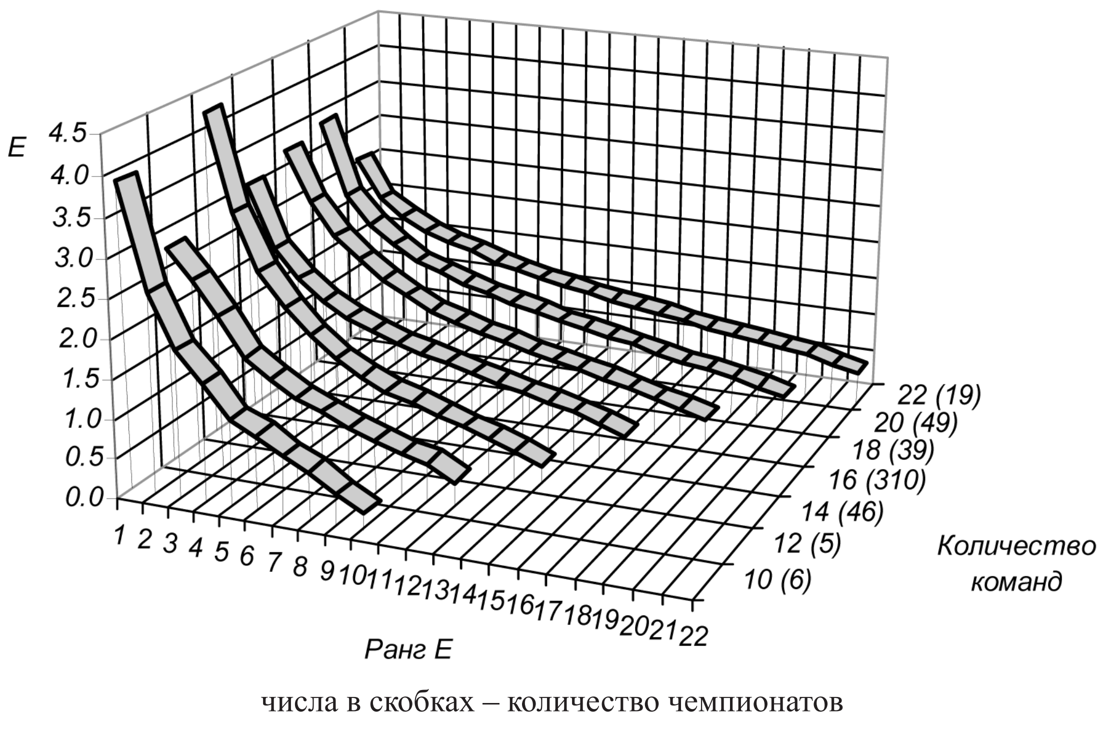
$$D_1 = \frac{A_2^2 + A_3^2 + \ldots + A_n^2}{g_{1.2.1}A_2 + g_{1.3.1}A_3 + \ldots + g_{1.n.1}A_n}. \quad (3)$$

Такой алгоритм легко обобщается на случай проведения турниров в несколько кругов.

Для нахождения наилучших оценок по данным всех сыгранных матчей турнира массивы A_i и D_j предварительно инициализировались произвольными положительными числами. Далее с помощью формул (3) вначале поочередно вычислялись новые величины потенциалов нападения всех команд, а затем – потенциалов их защиты, после чего по формуле (2) определялась текущая величина S. Эта процедура уточнения повторялась несколько раз, пока убывание величины S в очередном цикле не становилось меньше заданной величины (например, 10^{-12}). Такой алгоритм обеспечивал быструю сходимость оценок: обычно для достижения требуемой точности было достаточно 15–20 циклов.

Полученные оценки потенциалов нападения и защиты должны быть нормированы (масштабированы) для приведения к какой-либо шкале. Представленные ниже величины потенциалов команд-участниц турнира нормировались так, чтобы их средняя геометрическая была равна 1.

На рисунке 1 представлены оценки E_i по материалам 474 чемпионатов высших лиг по футболу Англии, Франции, Португалии, Бельгии и Австрии (всего 32 144 матча). Исходные данные о результатах матчей были получены в сети Интернет по адресу *www.rsssf.com.*



числа в скобках – количество чемпионатов

Рисунок 1 – Ранжированные величины соревновательных потенциалов команд-участниц при разной численности высших лиг в 474 двухкруговых национальных чемпионатах по футболу

Полученные зависимости указывают на то, что сильнейшие команды обычно заметно превосходят своих более слабых конкурентов, благодаря чему несколько уменьшается роль случайности при определении чемпиона и призеров. При малом количестве команд среднее различие между ними обычно увеличивается. Такое распределение устойчиво воспроизводится для различного количества участников круговых турниров в футболе.

Для построения математической модели состава участников турнира далее рассматривается частный случай, когда соревновательные потенциалы команд образуют геометрическую прогрессию со знаменателем h (формула 4):

$$D_{i+1} = hD_i,\ A_{i+1} = hA_i,\ 0 < h < 1,\ i = 1, 2, \ldots, n-1. \tag{4}$$

При $0 < h < 1$ потенциалы участников уменьшаются по мере увеличения индекса i. В этом случае увеличение количества команд в высшей лиге можно интерпретировать как добавление в нее все более слабых участников.

Отношение потенциалов нападения и защиты (структура соревновательного потенциала) для i-й команды задается величиной r_i (формула 5):

$$r_i = \frac{A_i}{D_i}, \tag{5}$$

которая равна математическому ожиданию результативности (количеству голов, забиваемых за матч одной командой) во встрече двух команд i и j с равными потенциалами нападения и равными потенциалами защиты ($A_i = A_j,\ D_i = D_j$). Предполагается, что величина r_i одинакова для всех команд-участниц турнира.

На рисунке 2 представлен пример задания соревновательных потенциалов нападения и защиты 24 команд. В этом примере отношение потенциалов нападения и защиты каждой команды приблизительно соответствует представленным выше эмпирическим данным о результативности игры в футбол.

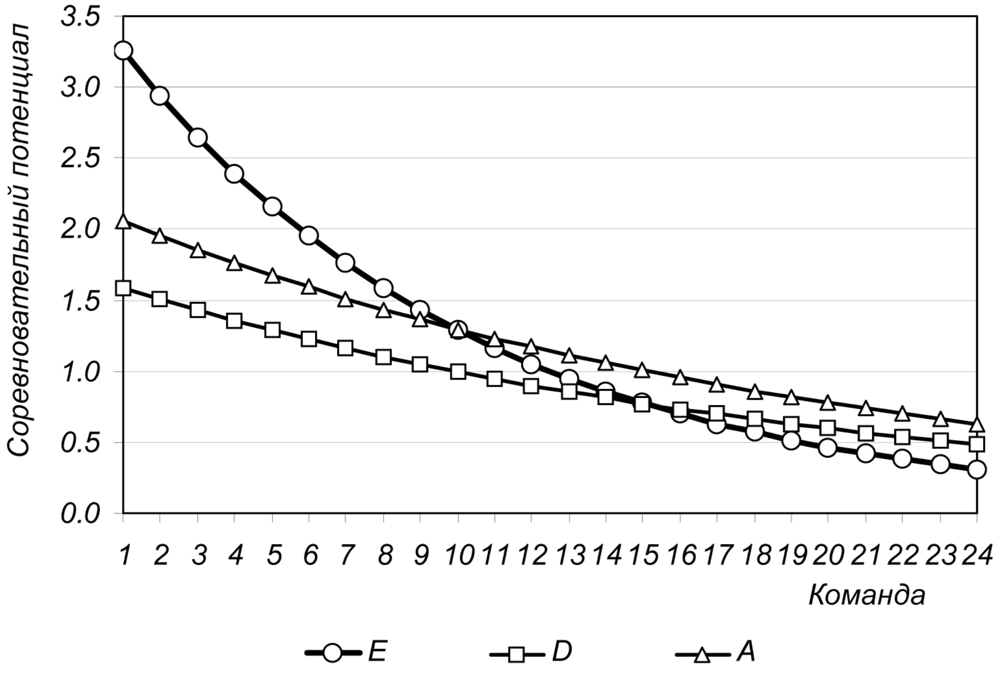


Рисунок 2 – Пример задания потенциалов нападения A и защиты D для 24 команд при $h = 0,95$ и $r = 1,30$

После задания соревновательных потенциалов можно перейти к решению задачи определения результативности в турнире. Поскольку предполагается, что величины соревновательных потенциалов не изменяются в ходе турнира, в дальнейшем достаточно рассматривать оценки результативности для случая его проведения в один круг.

В матче команд i и j математическое ожидание γ_{ij} количества забитых i-й командой голов в ворота соперника равно (формула 6):

$$\gamma_{ij} = \frac{A_i}{D_j}. \tag{6}$$

Теоретические результаты однокругового турнира с участием n команд могут быть представлены матрицей Γ математических ожиданий количества забитых мячей в матчах

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_{1.2} & \cdots & \gamma_{1.n} \\ \gamma_{2.1} & 0 & \cdots & \gamma_{2.n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{n.1} & \gamma_{n.2} & \cdots & 0 \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Очевидно, что в турнире и в каждом матче общее количество забитых в ворота мячей равно количеству пропущенных. Пусть λ_j – математическое ожидание количества мячей, пропускаемых j-й командой в среднем за матч в ходе турнира (формула 8):

$$\lambda_j = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{A_i}{D_j}}{n-1}, \quad i \neq j. \tag{8}$$

В числителе соотношения (8) представлена сумма математических ожиданий пропущенных мячей в матчах со всеми соперниками (исключая, разумеется, матч команды с собой).

Вычисление математического ожидания результативности в турнире удобнее производить после следующего преобразования формулы (8) (формула 9):

$$\lambda_j = \frac{\dfrac{A_1}{D_j} + \dfrac{A_2}{D_j} + \cdots + \dfrac{A_j}{D_j} + \cdots + \dfrac{A_n}{D_j} - \dfrac{A_j}{D_j}}{n-1}. \tag{9}$$

Справедливость этого соотношения обусловлена тем, что прибавление и вычитание дроби A_j / D_j не изменяет суммы в числителе (8). Поэтому получаем формулу (10):

$$\lambda_j = \frac{\dfrac{1}{D_j}\left(A_1 + A_2 + \cdots + A_n\right) - \dfrac{A_j}{D_j}}{n-1}. \tag{10}$$

В соответствии с условиями (4) выражение в скобках представляет собой геометрическую прогрессию, сумма первых n членов которой равна [10] (формула 11):

$$\sum_{i=1}^{n} A_i = \frac{A_1 - A_1 h^n}{1-h} \;\;, \; h \neq 1. \tag{11}$$

Кроме того, $D_j = D_1 h^{j-1}$. Отсюда получаем формулу 12:

$$\lambda_j = \frac{\frac{1}{D_1 h^{j-1}}\left(\frac{A_1 - A_1 h^n}{1-h}\right) - \frac{A_j}{D_j}}{n-1} = \frac{\frac{A_1}{D_1 h^{j-1}}\left(\frac{1-h^n}{1-h}\right) - r}{n-1} =$$

$$= \frac{r(1-h^n)}{h^{j-1}(n-1)(1-h)} - \frac{r}{n-1}. \tag{12}$$

Теперь можно получить математическое ожидание результативности Λ всего турнира (формула 13):

$$\Lambda = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = \frac{1}{n}\left[\left(\frac{1}{h^0} + \frac{1}{h^1} + \cdots + \frac{1}{h^{n-1}}\right)\frac{r(1-h^n)}{(n-1)(1-h)} - \frac{nr}{n-1}\right]. \tag{13}$$

Поскольку $0 < h < 1$, сумма дробей в круглых скобках представляет собой возрастающую геометрическую прогрессию со знаменателем $1/h$, то в соответствии с (11) получаем формулу (14):

$$\frac{1}{h^0} + \frac{1}{h^1} + \cdots + \frac{1}{h^{n-1}} = \frac{1 - \frac{1}{h^n}}{1 - \frac{1}{h}}. \tag{14}$$

После подстановки (14) в (13) окончательно получаем формулу 15:

$$\Lambda = \frac{r}{n(n-1)}\left[\frac{(1-h^n)^2}{h^{n-1}(1-h)^2} - n\right]. \tag{15}$$

Полученный результат указывает на то, что в рамках использованной модели математическое ожидание количества забиваемых за матч мячей в турнире линейно зависит от величины r. Поэтому характер зависимости результативности в турнире от количества участников и от соотношения их соревновательных потенциалов в этих условиях принципиально одинаков для игр с разными правилами соревнований (например, для футбола с количеством забиваемых мячей около 1,2–1,5 или для гандбола, где соперниками за матч в ворота забрасывается примерно по 25–35 мячей).

Представленное на рисунке 3 семейство графиков зависимости средней результативности λ в круговом турнире от количества участвующих команд при

$r = 1{,}30$ практически полностью перекрывает реальные диапазоны изменения величин n и h.

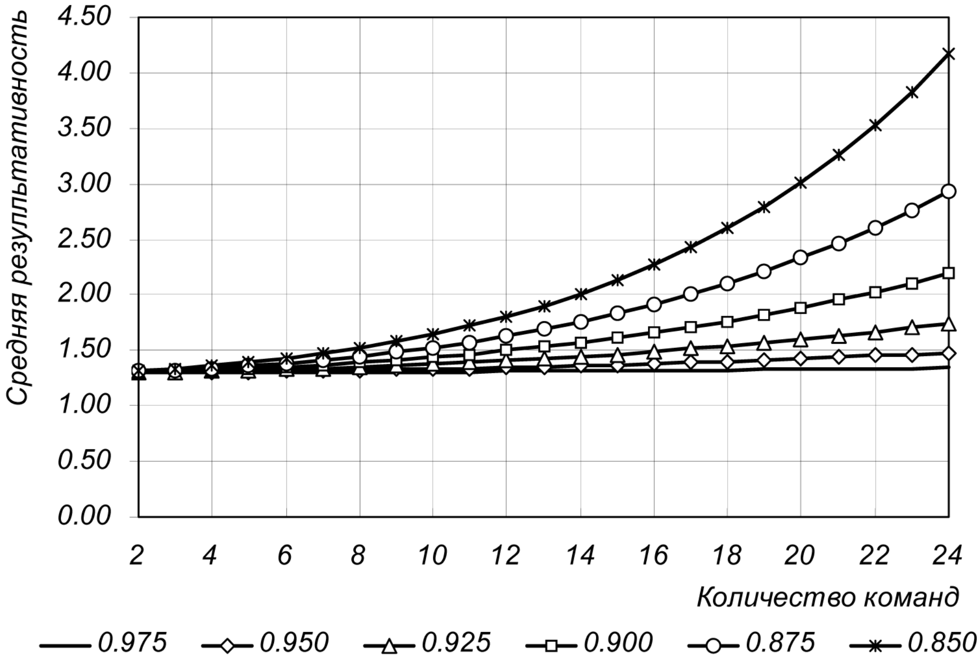


Рисунок 3 – Теоретическая зависимость средней результативности λ в круговом турнире от количества участвующих команд n при $r = 1{,}30$ и величинах h от 0,850 до 0,975

Из полученных закономерностей следует, что в случае небольшой разницы соревновательных потенциалов соперников увеличение численности группы до 16–20 команд не должно приводить к резкому увеличению средней результативности. Однако дальнейшее расширение состава участников за счет включения более слабых команд может привести к заметному росту этого показателя. В этом случае все большее количество матчей будет проходить с участием заведомо неравных соперников с соответствующим увеличением количества мячей, забитых в ворота более слабого участника.

В заключение необходимо отметить следующее. Вследствие большой размерности математических моделей целых соревнований (турниров) в спортивных играх изучение их свойств возможно главным образом либо численными методами, либо путем проведения имитационных исследований. Полученная в настоящем исследовании зависимость результативности в турнире от количества участников, а также от величины и структуры их соревновательных потенциалов представляют собой один из немногих примеров аналитического представления закономерностей продуцирования спортивных результатов в соревнованиях с многочисленными участниками.

Сведения о фактических величинах соревновательных потенциалов участников регулярно проводимых турниров (чемпионатов) могут быть основанием для принятия решений в ходе определения стратегии комплектования и подготовки команд в рамках той или иной лиги (дивизиона).

Величина и структура соревновательных потенциалов являются исходными параметрами при изучении свойств математических моделей соревновательной деятельности в процессе исследований закономерностей продуцирования спортивных результатов. Примером таких исследований может быть изучение особенностей реализации соревновательных потенциалов, в зависимости от правил, и положения о соревнованиях в спортивных играх.

1. Баженов, Л.Б. Строение и функции естественнонаучной теории / Л.Б. Баженов. – М.: Наука, 1978. – 231 с.
2. Степин, В.С. Теоретическое знание / В.С. Степин. – М.: Прогресс-Традиция, 2003. – 390 с.
3. Иванченко, Е.И. Теория и практика спорта: учеб.-метод. пособие: в 3 ч. / Е.И. Иванченко. – Минск: Четыре четверти, 1997. – Ч. 1. – 131 с.
4. Красников, А.А. Проблемы общей теории спортивных соревнований / А.А. Красников. – М.: СпортАкадемПресс, 2003. – 324 с.
5. Курамшин, Ю.Ф. Спортивная рекордология: теория, методология, практика: монография / Ю.Ф. Курамшин. – М.: Советский спорт, 2005. – 408 с.
6. Матвеев, Л.П. Общая теория спорта и ее прикладные аспекты / Л.П. Матвеев. – СПб.: Лань, 2005. – 384 с.
7. Платонов, В.Н. Система подготовки спортсменов в олимпийском спорте. Общая теория и ее практические приложения / В.Н. Платонов. – Киев: Олимпийская литература, 2004. – 808 с.
8. Чернов, К.Л. Актуальные аспекты теории спортивных соревнований: учеб. пособие / К.Л. Чернов. – Малаховка, 1984. – 50 с.
9. Бунин, В.Я. Основы теории соревновательной деятельности: учеб.-метод. пособие / В.Я. Бунин. – Минск: БГОИФК, 1986. – 32 с.
10. Корн, Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.

Поступила 17.05.2010

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ТЕХНИКЕ ОПОРНОЙ ЧАСТИ ПРЫЖКА С ШЕСТОМ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСА ТРЕНАЖЕРНЫХ УСТРОЙСТВ

А.В. Ворон,
Белорусский государственный университет физической культуры

Создана инновационная методика обучения технике опорной части прыжка с шестом на основе использования разработанного комплекса тренажерных устройств. Разработанная методика предусматривает 4 взаимосвязанных этапа обучения, которые, в свою очередь, содержат конкретные задачи и средства обучения технике опорной части прыжка с шестом.

An innovative method of the support part of pole vault training has been worked out on the basis of application of the developed complex of training devices. This method envisages four interconnected stages of training which in their turn have specific tasks and means for the support part of pole vault technique training.