Тема 1.1 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ИХ ЗНАЧЕНИЕ В ТУРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Вопросы для обсуждения:

1. Понятие о математическом моделировании.
2. Этапы построения и исследования математических моделей.
3. Типы моделей.
4. Математическая модель туристической отрасли.

Человек издавна использует моделирование для исследования объектов, явлений и процессов в различных областях. Моделирование помогает принимать обоснованные и продуманные решения, предвидеть последствия своей деятельности.

Модель - это упрощенное представление о реальном объекте, процессе или явлении. Моделирование - построение моделей для исследования и изучения объектов, процессов или явлений.

Моделирование является одним из ключевых видов деятельности человека. Оно всегда в той или иной форме предшествует любому делу. Моделирование занимает центральное место в исследовании объекта. Оно позволяет обоснованно принимать решения. Решение любой задачи разбивается на несколько этапов. **Моделирование творческий процесс,** и заключить его в формальные рамки трудно. В общем виде моделирование можно представить последовательностью этапов.

Все этапы определяются поставленной задачей и целями моделирования.

Этап 1. Постановка задачи: ее описание, определение цели моделирования, анализ объекта моделирования

Этап 2. Разработка модели. На этом этапе выясняют свойства, состояния, деяствия и другие характеристики элементарных объектов. Формируется представление об элементарных объектах. Выбор наиболее существенной информации при создании информационной модели и ее сложность обусловлены целью моделирования.

Этап 3. Эксперимент: тестирование, устранение семантических ошибок, процесс проверки правильности модели

Этап 4. Анализ результатов моделирования. Этот этап не может существовать автономно. Полученные выводы часто способствуют дополнительной серии экспериментов, а подчас и изменению задачи. Основой выработки решения служат результаты тестирования и экспериментов. Если результаты не соответствуют целям поставленной задачи, значит, на предыдущих этапах были допущены ошибки. Это может быть либо неправильная постановка задачи, либо слишком упрощенное построение информационной модели, либо неудачный выбор метода или среды моделирования, либо нарушение технологических приемов или построении модели. Если такие ошибки выявлены, то требуется корректировка модели, т.е. возврат.

К одному из предыдущих этапов. Процесс повторяется до тех пор пока результаты эксперимента станут отвечать целям моделирования

Этап 5. Конечная цель моделирования - принятие решения, которое должно быть выработано на основе всестороннего анализа полученных результатов

Модель - представление об объекте, систему или идею в форме, отличной от оригинала, упрощенной по сравнению с реальным явлением, ситуацией. Различают три базовых типа моделей:

ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. Представляет то, что исследуется, с помощью увеличенного или уменьшенного описания объекта или системы. Как указывает Шеннон: «Отличительная характеристика физической (называемой иногда «портретной») модели состоит в том, что в некотором смысле она выглядит как моделируемая целостность».

АНАЛОГОВАЯ МОДЕЛЬ. Представляет исследуемый объект аналогом, который ведет себя как реальный объект, но не выглядит как таковой. График, иллюстрирующий соотношения между объемом производства и издержками является аналоговой моделью. График показывает, как влияет уровень производства на издержки.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. *В* математической модели, называемой также символической, используются символы для описания свойств или характеристик объекта или события.

Математическая модель — это приближенное описание какого-либо класса явлений или объектов реального мира на языке математики.

Основная цель моделирования — исследовать эти объекты и предсказать результаты будущих наблюдений.

Однако моделирование — это еще и метод познания окружающего мира, дающий возможность управлять им.

Построение модели, как и управление, является процессом. Основные этапы процесса – постановка задачи, построение, проверка на достоверность, применение и обновление модели.

Моделирование содержит специальные понятия, которые составляют начало методологических основ туризма. Концепция моделирования как теория отражения и познания составляет основу процесса, к которому относятся подобие, эксперимент, математическая статистика, математическая логика, статические и динамические информационные модели.

Это те предметные области туризма, которые подлежат исследованию методами моделирования

Метод сравнения дает возможность выявить признаки сходства и различия между исследуемыми видами туризма, например, сравнить в одном из сегментов рынка услуг деятельность нескольких турпредприятий. Теоретическое объяснение исследуемых фактов становится возможным лишь путем сравнения неизвестных фактов с ранее известными. Большое значение метод сравнения приобретает для определения динамики исследуемого явления в туризме, раскрытия тенденций и закономерностей его развития. Применение метода сравнения объясняется особенностями туристской науки. Например, при разработке нового турпродукта ставятся следующие задачи: как реализовать его на рынке услуг; какое противодействие будет со стороны конкурентов, будет ли он популярен у потребителей услуг; даст ли он прибыль. Для успешного решения этих задач необходимо сравнить свои потенциальные возможности с возможностями конкурентов. На основании сходства и различия исследуемых факторов можно дать теоретическое обоснование эффективным способам продвижения турпродукта на рынке услуг. Существуют такие области туристской деятельности, в которых эксперимент по различным причинам невозможен, в частности проведение эксперимента в космическом туризме и дайвинг-туризме одновременно. К проведению научного эксперимента предъявляются высокие требования, например создание условий, максимально приближенных к действительному процессу.

Под экспериментальными исследованиями в туризме понимается сбор первичной информации путем выбора однотипных групп обследуемых, выдачи им разных заданий, контроля над факторами, которые влияют на результаты. Например, выявляется реакция клиентов на цены турпакетов. Независимые переменные могут меняться по усмотрению экспериментатора (цены, затраты на рекламу), в то время как зависимые переменные практически не находятся в сфере его управления (объем продаж, показатель рыночной доли).

В сфере туризма большое значение приобретает *метод моделирования*, рассмотренный в классификации общенаучных методов.

Модель одного из видов туристской деятельности может включать в себя:

- построение описательной информационной модели;
- создание формализованной модели;
- преобразование формализованной модели в компьютерную модель;
- проведение компьютерного эксперимента;
- анализ полученных результатов и корректировку исследуемой модели;
- решение о возможности использования модели в практической деятельности по совершенствованию изучаемого процесса или явления.

Моделирование в туризме заключается в построении и изучении специальных объектов (моделей), свойства которых являются важными с точки зрения исследователя. Оно позволяет изучать построение и использование моделей для познания реальных процессов в туризме, т.е. основывается на исходных понятиях и определениях, позволяющих понимать язык, применяемый в исследовании.

Целью моделирования развития туризма является оптимизация туристической деятельности, совершенствование структуры и управления. Необходимо создание экономико-математических моделей, ориентированных на задачи совершенствования управления индустрии туризма.

Модели туризма можно классифицировать по структуре и применяемому математическому аппарату, следующим образом: эконометрические, оптимизационные, модели искусственного интеллекта.

К *эконометрическим моделям* относятся модели спроса, предложения и резервирования туристических услуг для прогнозирования и планирования туристической деятельности с целью исследования влияния различных факторов, в т.ч. факторов случайности на её интенсивность. Модели данного типа широко применяются и достаточно развиты . Например, модели спроса на туристические услуги строятся с целью прогнозирования объемов спроса, его распределения по существующим и планируемым туристическим комплексам и базам, для изучения эластичности спроса по уровню тарифов на туристические услуги и по другим факторам, для исследования влияния различных природных, экономических, демографических и других условий на интенсивность потоков туристов. Данные модели представляют собой:

1. обычные функции спроса от цены;
2. многофакторные регрессионные модели;
3. гравитационные модели спроса, определяющие поля туристических потоков и центры их тяготения.

Модели предложения туристических услуг строились, в частности для интегральной оценки туристического потенциала природно-экономических комплексов. Туристические ресурсы существующих и планируемых туристических баз и маршрутов характеризуются некоторыми величинами аттрактивности (привлекательности), зависящими от коэффициентов аттрактивности для каждого рекреационного процесса и максимальной интенсивности потока туристов. Используя показатели аттрактивности в расчете на одного туриста, определяют распределение туристов по узлам поля рекреационного потенциала, при котором достигается максимальная суммарная величина аттрактивности.

К *оптимизационным моделям* относятся модели оптимизации функционирования и развития туристических объектов, проектов их реконструкции и создания новых объектов для улучшения их организационно-технологической структуры; а также модели привлекательности инвестирования в туристической отрасли и оптимизации нагрузки, оптимизации туров и т.д. Существуют также модели и методы оптимального управления, представляющие собой имитационно-оптимизационные модели с экономическими критериями и факторными ограничениями, используемые в информационно-компьютерных технологиях.

В общем случае, все модели можно разделить на статические и динамические, которые, в свою очередь, разделяются на параметрические и непараметрические. Статические и динамические модели планирования и управления туристической деятельностью разрабатывались для условий плановой экономической системы. В настоящее время необходимо создавать новые модели с учетом развивающихся рыночных отношений.

В любом случае параметрические (вариантные) модели дают более полный материал для анализа и принятия решений. В качестве параметров в таких моделях чаще всего выступают количественные характеристики факторов, которые трудно прогнозируемы на будущее, но играют решающую роль в реализации сценариев развития. Туристическая отрасль тесно связана с другими отраслями экономики, в моделях необходимо учитывать существенные межотраслевые связи. Принципиально важным моментом в динамических моделях является способ отражения в них экономического механизма развития - воспроизводственного процесса.

Например, к данному виду моделей относятся модели функционирования и развития отдельных объектов туризма, с помощью которых находят оптимальные режимы работы уже существующих турбаз и отдельных объектов, предназначенных для оказания услуг туристам, модели оптимизации вариантов проектов реконструкции и создания новых туристических объектов и оптимизации их организационно-технологической структуры, в которых рассматривается наилучший вариант инвестиций. Также разработаны модели оптимизации нагрузки на отдельные объекты с учетом поддержания экологического равновесия и влияния числа, мощности объектов и режимов их функционирования на природную среду, в которых критерии оптимальности и ограничивающие условия содержат характеристики природной среды, зависящие от интенсивности туристического потока.

К оптимизационным относятся также модели функционирования и развития региональных туристических систем, статические и динамические модели развития и размещения, позволяющие находить оптимальную организационно-технологическую и пространственную структуру, учитывающие межотраслевые связи. [5, 6]. Существуют и агрегированные модели, такие как транспортные модели, описывающие туристические потоки на сети туристических маршрутов страны, выбора проектов туркомплекса с «привязкой» к условиям той или иной территории, модели оптимизации интенсивности потоков автотуристов на существующей дорожной сети с учетом пропускной способности туристических объектов, а также модели формирования туроператорами оптимальных туристических маршрутов (туров), модели управления процессами обслуживания туристов; модели АСУ туристической деятельности отдельных туристических объектов; имитационно-оптимизационные модели для проектирования наилучших режимов работы сложных рекреационных систем.

К *моделям искусственного интеллекта* в области туристической сферы относятся модели прогнозирования спроса туристического потока и управления гостиничным сектором, сегментации рынка маркетинга и информационно-рекламной деятельности турбизнеса и т.д. [10, 15, 16]. Использование искусственного интеллекта позволяет с помощью относительно малых ресурсов получать достаточно точные результаты, для вычисления которых используются методы численной математики [13, с.802]. Основными направлениями развития искусственного интеллекта являются:

- нейронные сети;
- экспертные системы;
- нечеткая логика (fuzzy logic);
- генетические алгоритмы.

Первые три более подходят для моделирования поведения экономических агентов в социально-экономической среде (моделирования виртуального мира), а генетические алгоритмы в основном используются для задач оптимизации.

Нейронные сети – наиболее популярный аппарат в области искусственного интеллекта, который в настоящее время широко используется в туристической сфере. Он применим в любой ситуации, где есть связь между входными и выходными переменными. Любая непрерывная функция может быть равномерно приближена функциями, вычисляемыми нейронными сетями, если функции активизации нейрона дважды непрерывно дифференцируемы.

Содержанием экономической модели туркомплексов является получение оценки эффекта от вариантов размещения туристических объектов в конкретных регионах и нахождение его оптимального значения в согласовании государственного и региональных интересов .

Методом создания экономической модели является системный метод, особенностью которого является возможность согласования разрабатываемых региональных моделей, размещение и развитие производительных сил, как с многоотраслевыми моделями экономики хозяйств региона, так и между автономными экономическими моделями внутри туркомплексов.

Региональная конкретизация исследования позволяет рассмотреть инновационные процессы в туристской отрасли в разрезе имеющихся Федеральных целевых программ и ВИП-проектов – важных инструментов реализации российской государственной инновационной стратегии. Целевые программы разных уровней и ВИП-проекты представляют собой адресные инструменты именно российской государственной политики, отличающие от методов государственного регулирования инновационных процессов в других странах.

Высокий уровень конкуренции в секторе туризма и экономическое реформирование обусловили необходимость разработки экономико-математических моделей, в т.ч. оптимизационных задач, учитывающих особенности туристического рынка, рыночные элементы в функциональной области туризма. Сложность управления туристическим бизнесом обусловлена как многоотраслевым характером туристических услуг, так и многообразием причин, определяющих нестационарность и случайность факторов, влияющих на результаты его деятельности.

Контрольные вопросы:

1.Понятие модели.

2. Понятие о математическом моделировании.

3. Этапы построения и исследования простейших математических моделей.

4. Метод моделирования в сфере туризма.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.

2. Рябушко, А.П.Высшая математика: теория и задачи:учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, –Минск, Вышейшая школа. –2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.

3. Кастрица,О. А.Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица,О. А. – 4-е изд.,стер. – Минск, Новое знание; М.:ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.

4. Использование информационных технологий в курсе вузовской математики : учеб.-метод. пособие : в 3 ч. / Г. Г. Расолько [и др.]. – Минск : БГУ, 2010. – 856 с.

5. Буснюк, Н.Н.Математическое моделирование: учеб. пособие / Н.Н. Буснюк, А.А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.: ил.

Тема 1.2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРИ МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ И ОБЪЕКТОВ

Вопросы для обсуждения:

1. Сущность геометрических преобразований при математическом моделировании реальных процессов.
2. Понятие о геометрическом моделировании.
3. Этапы геометрического моделирования.
4. Методы геометрического моделирования. .
5. Золотое сечение в архитектуре и современных объектах.

Геометрическое моделирование – раздел математического моделирования – позволяет решать разнообразные задачи в двумерном, трехмерном и, в общем случае, в многомерном пространстве.

Геометрическое моделирование, определяющее геометрическую (графическую) интерпретацию и визуализацию массивов данных (информационного описания), математической модели – в виде геометрических фигур, графических материалов (схем, диаграмм, графов и др.).

Геометрическая модель включает в себя системы уравнений и алгоритмы их реализации. Математической основой построения модели являются уравнения, описывающие форму и движение объектов. Все многообразие геометрических объектов является комбинацией различных примитивов – простейших фигур, которые в свою очередь состоят из графических элементов - точек, линий и поверхностей.

В настоящее время геометрическое моделирование успешно используется в управлении и других областях человеческой деятельности. Можно выделить две основные области применения геометрического моделирования: проектирование и научные исследования.

Геометрическое моделирование может использоваться при анализе числовых данных. В таких случаях исходным числовым данным ставится в соответствие некоторая геометрическая интерпретация, которая затем анализируется, а результаты анализа истолковываются в понятиях исходных данных.

Этапы геометрического моделирования:

- постановка геометрической задачи, соответствующая исходной прикладной задаче или ее части;
- разработка геометрического алгоритма решения поставленной задачи;
- реализация алгоритма при помощи инструментальных средств;
- анализ и интерпретация полученных результатов.

Методы геометрического моделирования:

- аналитический;
- графический;
- графический, с использованием средств машинной графики;
- графоаналитические методы.

Графоаналитические методы основываются на разделах вычислительной геометрии, таких как теория R-функций, теория поверхностей Кунса, теория кривых Безье, теория сплайнов и др.

Для современных научных исследований характерно использование, наряду с двумерными и трехмерными, многомерных геометрических моделей (физика элементарных частиц, ядерная физика и т.д.).

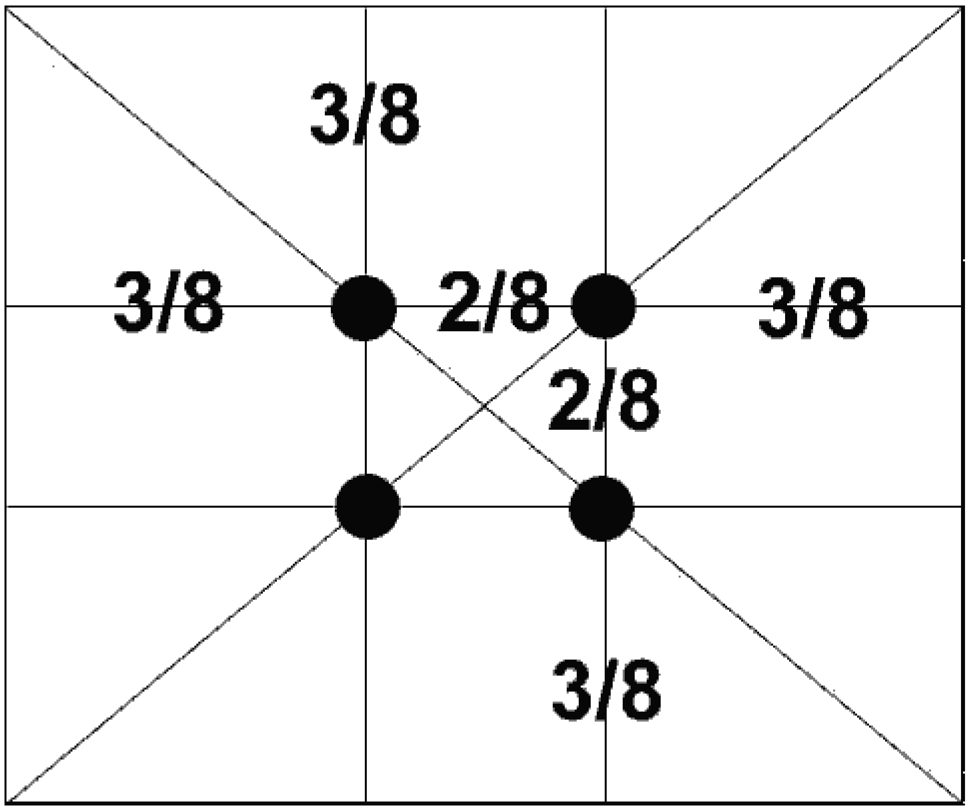
Методы геометрического моделирования разнообразны. Можно отметить следующие распространенные методы (способы):

- геометризация аналитического описания модели (в т. ч. математической аппроксимации объекта), формирование поверхности сложной формы, описываемой нелинейными уравнениями, результатов итерационных и рекурсивных процедур;
- представление формы объекта в виде конечного множества линий, лежащих на его поверхностях;
- отображение формы объекта с помощью ограничивающих ее поверхностей (например, в виде совокупности данных о гранях, ребрах и вершинах);
- построение кинематической модели объемного тела на основе функции заметания – создания тел путем перемещения плоской фигуры (контура) по заданной траектории или вращением фигуры;
- построение поверхностной модели, когда поверхность задается несколькими сечениями с дальнейшей интерполяцией между этими сечениями;
- моделирование на основе функции скиннинга, которая позволяет создавать объемное тело, натягивая поверхность на заданные плоские поперечные сечения тела;
- проективные методы начертательной геометрии;
- параметризация модели – введения числовых параметров в описания геометрических взаимосвязей (выражающих отношения геометрических элементов объекта) и соотношения, связывающие заданные размеры элементов объекта;
- геометрическая комбинаторика и технологическая обработка средствами компьютерной визуализации.

Геометрическое представление объекта является важнейшей частью архитектурного проектирования. Например, геометризация формы здания (сооружения) позволяет осознать объемно-пространственные характеристики объекта (композицию, пространственную организацию, художественное выражение), выявить особенности геометрии объекта с позиций аэродинамики, экологичности, экономичности, определить оптимальное размещение конструктивных элементов, оценить объем здания (и, следовательно, расход материалов), выбрать рациональные технологии строительства (планировать строительные работы) и др.

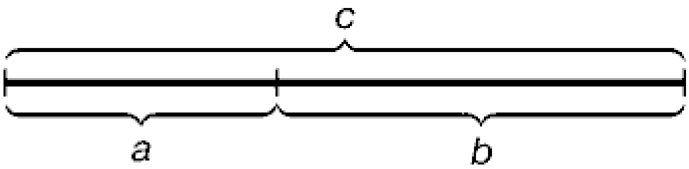
Геометрическое моделирование позволяет с помощью геометрических преобразований исследовать пространственные (пространственноподобные) формы, отношения (количественные и качественные), закономерности, свойства, присущие объектам. В геометрической модели могут отображаться элементы разной размерности (в каких-либо сочетаниях и отношениях между собой), имеющие свою внутреннюю структуру, выражающие числовые топологические инварианты определенного типа. Геометрические модели включают и количественные отношения элементов модели: количественные характеристики геометрических фигур, полученные в результате измерений; функциональные зависимости между параметрами модели и их аналитические обобщения, связанные с производными, интегралами и т. д.; алгебраические выражения, определяющие (направленные на) численную реализацию количественных (и качественных) закономерностей (свойств) модели (а, следовательно, и реального моделируемого объекта).

Человек различает окружающие его предметы по форме. Интерес к форме какого-либо предмета может быть продиктован жизненной необходимостью, а может быть вызван красотой формы. Форма, в основе построения которой лежат сочетание симметрии и золотого сечения, способствует наилучшему зрительному восприятию и появлению ощущения красоты и гармонии. Целое всегда состоит из частей, части разной величины находятся в определенном отношении друг к другу и к целому. Принцип золотого сечения – высшее проявление структурного и функционального совершенства целого и его частей в искусстве, науке, технике и природе. Еще в эпоху Возрождения художники открыли, что любая картина имеет определенные точки, невольно приковывающие наше внимание, так называемые зрительные центры. При этом абсолютно неважно, какой формат имеет картина - горизонтальный или вертикальный. Таких точек всего четыре, и расположены они на расстоянии 3/8 и 5/8 от соответствующих краев плоскости.

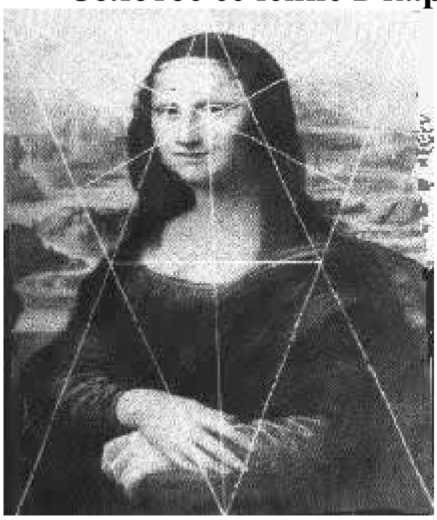


Данное открытие у художников того времени получило название"золотое сечение" картины. Поэтому, для того чтобы привлечь внимание к главному элементу фотографии, необходимо совместить этот элемент с одним из зрительных центров.

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему



Золотое сечение в картине Леонардо да Винчи "Джоконда"



Портрет Моны Лизы привлекает тем, что композиция рисунка построена на "золотых треугольниках" (точнее на треугольниках, являющихся кусками правильного звездчатого пятиугольника).

Ни один из видов искусств так тесно не связан с геометрией как архитектура. Архитектурные произведения живут в пространстве, являются его частью, вписываясь в определенные геометрические формы. Кроме того, они состоят из отдельных деталей, каждая из которых также строится на базе определенного геометрического тела. Часто геометрические формы являются комбинациями различных геометрических тел.

Контрольные вопросы:

1. Понятие о геометрическом моделировании.
2. Этапы геометрического моделирования.
3. Методы геометрического моделирования.
4. Представление о золотом сечении.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.

2. Рябушко, А.П.Высшая математика: теория и задачи:учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, –Минск, Вышейшая школа. –2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.

3. Кастрица,О. А.Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица,О. А. – 4-е изд.,стер. – Минск : Новое знание; М.:ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.

4. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств…: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

5. Использование информационных технологий в курсе вузовской математики : учеб.-метод. пособие : в 3 ч. / Г. Г. Расолько [и др.]. – Минск : БГУ, 2010. – 856 с.

6. Буснюк, Н.Н.Математическое моделирование: учеб. пособие / Н.Н. Буснюк, А.А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.: ил.

Тема 1.3. ВОЗМОЖНОСТИ МАТЕМАТИКИ В ПРОЦЕССЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЕКТОВ В СФЕРЕ ТУРИСТИЧЕСКИХ УСЛУГ

Вопросы для обсуждения:

1. Этапы построения теоретических и нормативных моделей в индустрии туризма.
2. Системный подход с соответствующими принципами в процессе моделирования.
3. Метамодели туризма.

Моделирование — метод (или процесс) изучения свойств объектов посредством исследования соответствующих свойств их моделей. Моделирование в туризме заключается в построении и изучении специальных объектов (моделей), свойства которых являются важными с точки зрения исследователя. Оно позволяет изучать построение и использование моделей для познания реальных процессов в туризме, т.е. основывается на исходных понятиях и определениях, позволяющих понимать язык, применяемый в исследовании. Моделирование содержит специальные понятия, которые составляют начало методологических основ туризма. Концепция моделирования как теория отражения и познания составляет основу процесса, к которому относятся подобие, эксперимент, математическая статистика, математическая логика, статические и динамические информационные модели. Это те предметные области туризма, которые подлежат исследованию методами моделирования.

Статические модели описывают состояние системы турбизнеса в определенный момент времени, когда она находится в определенном состоянии, характеризуется составом элементов, значениями их свойств, величиной и характером взаимодействия между элементами.

Динамические модели описывают процессы изменения и развития систем турбизнеса, состояние которых изменяется во времени, когда происходят процессы изменения и развития конкретной системы.

Модель одного из видов туристской деятельности может включать в себя:

- построение описательной информационной модели; создание формализованной модели;
- преобразование формализованной модели в компьютерную модель;
- проведение компьютерного эксперимента; анализ полученных результатов и корректировка исследуемой модели;
- решение о возможности использования модели в практической деятельности по совершенствованию изучаемого процесса или явления.

Разработка модели в туризме начинается с построения ее профиля, или так называемого каркаса. Поскольку моделей реально существующих способов туристской деятельности может быть выделено множество, возникает задача их упорядочивания и систематизации. Это ставит вопрос о необходимости вычленения своеобразных обобщенных метамоделей, которые следует рассматривать в качестве базовых моделей.

Метамодели туризма — это, во-первых, модели, которые могут являться крупными подсистемами структуры этих областей знания. К ним могут быть отнесены: целостная (обобщенная) характеристика роли и места туризма в системе явлений социальной действительности, его естественных и социальных начал, основных форм и функций в обществе, специфики в связи с другими социальными явлениями, а также тенденции дальнейшего развития его в обществе. Во-вторых, к метамоделям относятся: соотношение сил между национальными, ведомственными и территориальными туристскими организациями; разработка и совершенствование целевых программ развития туризма в регионах; теория подготовки туристских кадров, в которую в качестве подсистем входят теоретическая, методическая и практическая подготовка, прогнозирование, моделирование, профессиональный отбор.

Составными частями метамоделей могут быть: теория обеспечения туристских мероприятий (изменение экономического обеспечения туризма по отраслевым признакам и их отдельных элементов); совершенствование материально-технической базы — инвентаря, туристских баз, кемпингов, транспортных средств, аппаратуры, тренажеров; развитие научного, методического и медицинского обеспечения, организационно- управленческой деятельности и ее элементов; изменение кадрового обеспечения; системы поощрения и стимулирования специалистов.

Эти подсистемы структуры туризма могут развиваться на уровне метамоделей, например космического туризма, моделирование которого относится к гипермоделям. К ним могут относиться: социально-гуманитарные и психолого-педагогические проблемы туризма, менеджмент и маркетинг, экономика и право в сфере туризма, подготовка и переподготовка кадров, оздоровительные технологии и др.

Модель может предусматривать конструирование таких направлений, как социально-экономическая сущность туризма; факторы и механизмы повышения социальной эффективности туризма; развитие профессионального мышления менеджеров и их правовой статус; принципы и закономерности функционирования туризма в экономической и культурной среде.

Менеджмент и маркетинг в туризме может предусматривать проектирование модели, в которой главными компонентами концептуальных положений являются: формирование целей и стратегического планирования; использование принципов, закономерностей, функций и методов, направленных на эффективность управления в финансовом менеджменте; организация маркетинга в регионах для развития туризма; совершенствование предпринимательской деятельности; экономико-правовых отношений; исполнение законов в сфере туризма; знание форм и методов внешнеэкономической деятельности.

Модель туризма предусматривает также проектирование основ теории туризма, изучение закономерностей развития человека, возможностей и особенностей его совершенствования в разных формах и видах туризма .

Существенное место в современной науке занимает системный метод исследования или (как часто говорят) системный подход. Системный подход -

направление методологии исследования, в основе которого лежит рассмотрение объекта как целостного множества элементов в совокупности отношений и связей между ними, то есть рассмотрение объекта как системы.

Контрольные вопросы:

1. Этапы построения теоретических и нормативных моделей в индустрии туризма.
2. Системный подход с соответствующими принципами в процессе моделирования.
3. Метамодели туризма.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
2. Рябушко, А.П.Высшая математика: теория и задачи:учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, –Минск, Вышейшая школа. –2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
3. Кастрица,О. А.Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица,О. А. – 4-е изд.,стер. – Минск : Новое знание; М.:ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.
4. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств…: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.
5. Использование информационных технологий в курсе вузовской математики : учеб.-метод. пособие : в 3 ч. / Г. Г. Расолько [и др.]. – Минск : БГУ, 2010. – 856 с.
6. Буснюк, Н.Н.Математическое моделирование: учеб. пособие / Н.Н. Буснюк, А.А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.: ил.

Тема 4 (2.1.) ТЕОРИЯ ГРАФОВ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ТУРИСТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Вопросы для обсуждения:

1. Понятия теории графов.
2. Ориентированные и неориентированные графы.
3. «Лемма о рукопожатиях».
4. Примеры приложения теории графов.
5. Двудольные графы. Эйлеровы графы

Теория графов представляет собой раздел математики, имеющий широкое практическое применение. В её терминах формулируется большое число задач, связанных с дискретными объектами. Такие задачи возникают при проектировании интегральных схем и схем управления, электрических цепей, блок-схем программ, в экономике, статистике, химии, биологии и в других областях. Теория графов становится одной из существенных частей математического аппарата кибернетики, языком дискретной математики**.**

Примеры приложения теории графов.

- «Транспортные» задачи, в которых вершинами графа являются пункты, а ребрами - дороги (автомобильные, железные или другие транспортные (например, авиационные) маршруты.
- Сети снабжения (энергоснабжения, газоснабжения, снабжения товарами и т.д.), в которых вершинами являются пункты производства и потребления, а ребрами - возможные маршруты перемещения (линии электропередач, газопроводы, дороги и т.д.). Соответствующий класс задач оптимизации потоков грузов, размещения пунктов производства и потребления и т.д., иногда называется задачами обеспечения или задачами о размещении. Их подклассом являются задачи о грузоперевозках.
- «Технологические задачи», в которых вершины отражают производственные элементы (заводы, цеха, станки и т.д.), а дуги - потоки сырья, материалов и продукции между ними, заключаются в определении оптимальной загрузки производственных элементов и обеспечивающих эту загрузку потоков.
- Обменные схемы, являющиеся моделями таких явлений как бартер, взаимозачеты и т.д. Вершины графа при этом описывают участников обменной схемы (цепочки), а дуги - потоки материальных и финансовых ресурсов между ними. Задача заключается в определении цепочки обменов, оптимальной с точки зрения, например, организатора обмена и согласованной с интересами участников цепочки и существующими ограничениями.
- Управление проектами. С точки зрения теории графов проект - совокупность операций и зависимостей между ними. Хрестоматийным примером является проект строительства некоторого объекта. Совокупность моделей и методов, использующих язык и результаты теории графов и ориентированных на решение задач управления проектами, получила название календарно-сетевого планирования и управления (КСПУ).

- Модели коллективов и групп, используемые в социологии, основываются на представлении людей или их групп в виде вершин, а отношений между ними (например, отношений знакомства, доверия, симпатии и т.д.) - в виде ребер или дуг. В рамках подобного описания решаются задачи исследования структуры социальных групп, их сравнения, определения агрегированных показателей, отражающих степень напряженности, согласованности взаимодействия и др.
- Модели организационных структур, в которых вершинами являются элементы организационной системы, а ребрами или дугами - связи (информационные, управляющие, технологические и др.) между ними.

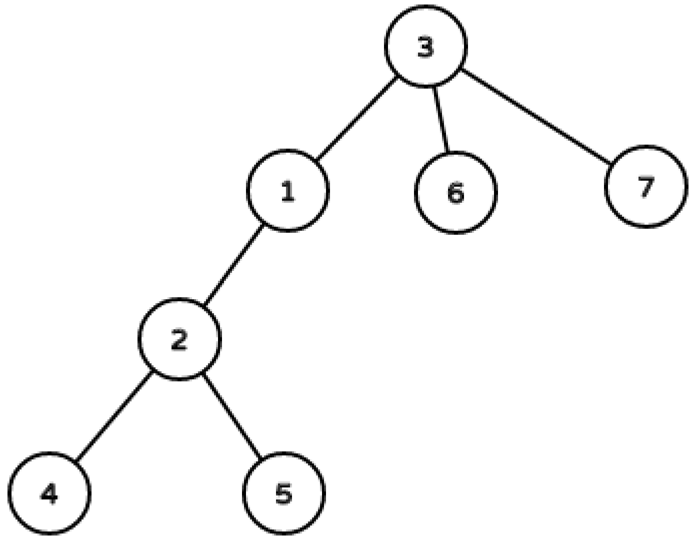
Графом называется совокупность точек (объектов) и соединяющих их линий (связей). Точки графа при этом называются его вершинами, а связывающие их линии – рёбрами.

Графом называется конечное множество точек, расположенных на плоскости, некоторые пары из которых соединены линией. Вершины, прилегающие к одному и тому же ребру, называются смежными.

Конечный граф – граф с конечным количеством рёбер и вершин.

- Бесконечный граф – граф, конец которого в определённом направлении(ях) простирается до бесконечности.
- Неориентированный граф – граф, рёбра которого не имеют определённого направления.
- Ориентированный граф – граф, рёбра которого имеют определённое направление.
- Связный граф – граф, в котором отсутствуют недостижимые вершины (вершины, не связанные с остальными).
- Несвязный граф – граф, в котором существуют недостижимые вершины.

Графы обычно изображаются в виде геометрических фигур, так что вершины графа изображаются точками, а ребра – линиями, соединяющими точки.



Граф называется полным, если каждая пара его вершин соединена ребром.

Свойство 1. Число ребер в полном графе с n вершинами равно $\frac{n(n-1)}{2}$

Свойство 2. Сумма степеней вершин графа равна удвоенному числу ребер.

Число ребер, выходящих из вершины называется степенью вершины и обозначается $deg(u)$ и $d(u)$

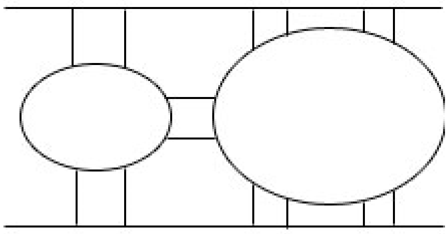
Каждое ребро имеет два конца, поэтому вносит по единице в степени вершин, являющихся его концами, а при суммировании степеней добавляет слагаемое 2 в общую сумму. Следовательно, общая сумма степеней будет равна удвоенному числу ребер. Это свойство называют лемма о рукопожатиях.

Следствие 1. Сумма степеней вершин графа – четное число.

Следствие 2. В любом графе число вершин нечетной степени четно.

Граф называется двудольным, если существует такое разбиение множества его вершин на две части, что концы каждого ребра принадлежат разным частям.

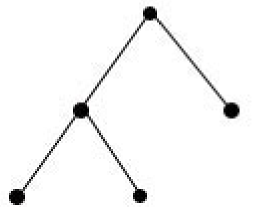
Один из первых опубликованных примеров работ по теории графов и применения графов – работа о «задаче с Кёнигсбергскими мостами» (1736 г.), автором которой является выдающийся математик 18-го века Леонард Эйлер. В задаче даны река, острова, которые омываются этой рекой, и несколько мостов. Вопрос задачи: возможно ли, выйдя из некоторого пункта, пройти каждый мост только по одному разу и вернуться в начальный пункт?



Ответ Эйлера на вопрос задачи состоит в следующем. Если бы у этой задачи было положительное решение, то в получившемся графе существовал бы замкнутый путь, проходящий по рёбрам и содержащий каждое ребро только один раз. Если существует такой путь, то у каждой вершины должно быть только чётное число рёбер. Но в получившемся графе есть вершины, у которых нечётное число рёбер. Поэтому задача не имеет положительного решения. Эйлеровым графом называется граф, в котором можно обойти все вершины и при этом пройти одно ребро только один раз. В нем каждая вершина должна иметь только четное число ребер.

Круги Эйлера – это геометрические схемы, с помощью которых можно наглядно представить отношения между подсистемами. При этом вместо кругов могут быть любые многомерные фигуры, иерархически расположенные в пространстве, т. е. одни фигуры поглощают либо часть других фигур, либо полностью.

Деревом называется связный граф без циклов (рисунок ниже). Любые две вершины дерева соединены лишь одним маршрутом. **Дерево** – это связный граф без циклов. Деревья особенно часто возникают на практике при изображении различных иерархий. Например, популярны генеалогические деревья.



Число q рёбер графа находится из соотношения $q = n - 1$, где n - число вершин дерева.

В виде графов, особенно в виде деревьев, строятся многие математические модели.

Метод дерева решений применяется в задачах классификации и прогнозирования, когда решения приходится принимать в условиях риска, неопределённости и исход событий зависит от вероятностей. На каждое решение влияют какие-то определённые факторы, и у каждого решения есть свои последствия, которым присущ вероятностный характер. В этих условиях процесс принятия решений является последовательным и **метод дерева решений** предполагает определять, какие действия следует предпринять в каждой вершине дерева.

Дерево решений – математическая модель, которая задаёт процесс принятия решений так, что будут отображены каждое возможное решение, предшествующие и последующие этим решениям события или другие решения и последствия каждого конечного решения.

Контрольные вопросы:

1. Определение графа.
2. Вершины и ребра графов и их взаимосвязь.
3. Полные и неполные графы.
4. Связные и несвязные графы.
5. Ориентированные и неориентированные графы.
6. Простейшие свойства графов.
7. «Лемма о рукопожатиях».
8. Двудольные графы.
9. Эйлеровы графы.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.

2. Рябушко, А.П.Высшая математика: теория и задачи:учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, –Минск, Вышейшая школа. –2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.

3. Кастрица,О. А.Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица,О. А. – 4-е изд.,стер. – Минск : Новое знание; М.:ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.

4. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств…: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

5. Использование информационных технологий в курсе вузовской математики : учеб.-метод. пособие : в 3 ч. / Г. Г. Расолько [и др.]. – Минск : БГУ, 2010. – 856 с.

6. Буснюк, Н.Н.Математическое моделирование: учеб. пособие / Н.Н. Буснюк, А.А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.: ил.

Тема 5 (2.2.) ПРИКЛАДНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ ТЕОРИИ ГРАФОВ В СФЕРЕ ТУРИЗМА И ГОСТЕПРИИМСТВА

Вопросы для обсуждения:

1. Прикладные направления моделирований с использованием графов. Канонические уравнения линий.
2. Понятие «дерево» в теории графов.
3. Математическое моделирование в системах *«Maple», «MathCad»*.

Язык графов оказывается удобным для моделирования многих физических, технических, экономических, биологических, социальных и других систем.

В практике используются следующие математические модели в виде графа.

1. Блок-схема компьютерной программы (вершины - команды, рёбра - переходы между команды), используемая для разработки и тестирования самой программы.
2. Граф подпрограмм (вершины - подпрограммы, рёбра - порядок вызова подпрограмм), используемый для проектирования и анализа компьютерных программ.
3. Граф структуры данных (вершины - данные или простейшие типы данных, рёбра - отношения между данными), используемый для проектирования и оптимизации структур данных.
4. Граф зависимости команд машинного кода (вершины - команды, рёбра - зависимости между командами), используемый в оптимизационном компилировании и конвейеризации работы процессора.
5. Граф процессов операционной системы (вершины - процессы операционной системы, рёбра - акты генерирования процессов), используемый в моделировании работы операционной системы.
6. Граф конечного автомата (вершины - состояния автомата, рёбра - переходы), используемый в исследовании конечных автоматов и языков и в инженерии программного обеспечения.
7. Граф утверждений математической теории (вершины - утверждения, рёбра - отношения логического следования), используемый для доказательства математических заключений и анализа математических теорий.
8. Функциональный граф (вершины - элементы множества, рёбра - отношения логического следования), имеющий широкое использование в математике.
9. Граф величин-зависимостей (вершины - численные величины и взаимосвязи между ними, рёбра - отношения вовлечённости величины), используемый в решении различных математических задач.
10. Граф метрики (вершины - любые физические или нефизические объекты или их множества, рёбра - геометрическая, структурная, функциональная или эволюционная близость этих объектов), используемый для анализа больших множеств.

11. Дерево решений (вершины - критические состояния, рёбра - решения), используемый в принятии решений в экономике, управлении, диагностике инженерных систем.

12. Системный граф (вершины - компоненты системы, рёбра - взаимодействие компонент), используемый в проектировании и анализе систем.

13. Граф обратных связей (вершины - параметры какого-либо процесса, ориентированные рёбра с весами "+" или "-" - зависимость изменений параметров, соответствующих вершинам), используемый в исследованиях изменений составных частей процессов или объектов.

14. Граф причинно-следственных связей (вершины - состояния какой-либо системы, ориентированные рёбра - причинно-следственные связи), используемый в исследованиях больших систем и сложных процессов.

15. Граф конфликтов (вершины - состояния какой-либо системы, рёбра - конфликты между состояниями), используемый в анализе систем.

16. Граф игры (вершины - игровые состояния, рёбра - разрешённые правилами игры переходы между состояниями (ходы)), используемый в разработке победных стратегий в играх.

17. Компьютерная сеть (вершины - компьютеры или коммуникационные узлы, рёбра - линии связи), используемая в проектировании и анализе компьютерных сетей.

18. Социальный граф (вершины - люди или множества людей, рёбра - отношения знакомства, экономические отношения или другие отношения), используемый в анализе общества и планировании развития.

19. Организационный граф (вершины - люди или множества людей, рёбра - отношения, характеризующие организации, например, частные фирмы, иерархии), используемый в создании организаций и управлении ими.

20. Граф проекта (вершины - работы или состояния проекта, рёбра - отношения между работами или работы, соединяющие состояния), используемый в руководстве проектами.

21. Генеалогическое древо (вершины - люди, рёбра - отношение «родители-дети»), используемый в личных исследованиях.

22. Граф экономических агентов (вершины - экономические агенты - люди, фирмы и др., рёбра - экономические отношения), используемый в экономических исследованиях и планировании.

23. Макроэкономический граф финансового потока (вершины - отрасли экономики, рёбра - финансовые потоки), используемый в экономических исследованиях и планировании.

24. Граф дорог (вершины - города, рёбра - дороги), используемый в развитии транспортной сети.

25. Граф улиц (вершины - перекрёстки, рёбра - улицы), используемый в анализе и планировании потока городского транспорта.

26. Граф электрической цепи (вершины - электромагнитно-активные элементы, рёбра - провода и контакты), используемый в построении и анализе электрических схем.

27. Цепь питания (вершины - породы животных, рёбра - отношения питания), используемый в анализе биосистем.

28. Дерево эволюции (вершины - породы или популяции, рёбра - отношения эволюционного происхождения), используемый в биологии.

29. Граф химических реакций (вершины - векторы количества химических веществ, рёбра - химические реакции), используемый в анализе химических реакций.

30. Граф предшественников химического вещества (вершины - химические вещества, полученные в процессе производства, рёбра - изменения веществ-предшественников в процессе производства), используемый в химической промышленности.

31. Граф реакционной способности химических веществ (вершины - химические вещества, рёбра - способности к реакции), используемый в анализе сложных химических реакций.

32. Граф взрывоопасности (вершины - химические вещества, рёбра - возможности взрывной реакции между ними), используемый для нужд безопасности труда.

33. Граф помех радиосвязи (вершины - радиостанции, рёбра - взаимное перекрытие полос радиоволн), используемый в планировании радиосвязи.

34. Политический граф (вершины - государства, рёбра - границы), используемый в геополитике.

35. Граф кровеносных сосудов (вершины - узлы кровеносных сосудов, рёбра - кровеносные сосуды), используемый в медицине.

36. Граф нейронов (вершины - нейроны, рёбра - места соприкосновения нейронов), используемый в медицине.

37. Граф приготовления кулинарного изделия (вершины - состояния готовности кулинарного изделия, рёбра - переходы между состояниями в процессе приготовлении), используемый в кулинарии.

При разработке схем маршрутов и их оптимизации применяют математический аппарат теории графов, т.е. графоаналитические методы Главная задача при этом заключается в построении графа логистической организации турпродукта (тура).

Приведем ряд примеров приложений теории.

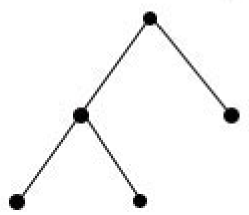
- «Транспортные» задачи, в которых вершинами графа являются пункты погрузки/разгрузки, а ребрами – дороги (автомобильные, железные и др.) и/или другие транспортные (например, авиационные) маршруты. Соответствующий класс задач оптимизации потоков грузов, размещения пунктов производства и потребления и т.д., иногда называется задачами обеспечения или задачами о размещении.
- Управление проектами. С точки зрения теории графов проект – совокупность операций и зависимостей между ними (сетевой график). Совокупность моделей и методов, использующих язык и результаты теории графов и ориентированных на решение задач управления проектами, получила название календарно-сетевого планирования и управления (КСПУ). В рамках КСПУ решаются задачи определения последовательности выполнения

операций и распределения ресурсов между ними, оптимальных с точки зрения тех или иных критериев (времени выполнения проекта, затрат, риска и др.).

- Модели коллективов и групп основываются на представлении людей или их групп в виде вершин, а отношений между ними (например, отношений знакомства, доверия, симпатии и т.д.) – в виде ребер или дуг. Решаются задачи исследования структуры социальных групп, их сравнения, определения агрегированных показателей, отражающих степень напряженности, согласованности взаимодействия, и др.

Предметом моделирования является взаимодействие двух агентов – производителей одного и того же товара, – каждый из которых выбирает свой неотрицательный объем производства (предложение товара), стремясь максимизировать свою прибыль в условиях, когда рыночная цена убывает с ростом суммарного.

Деревом называется связный граф без циклов (рисунок ниже). Любые две вершины дерева соединены лишь одним маршрутом. **Дерево** – это связный граф без циклов. Деревья особенно часто возникают на практике при изображении различных иерархий. Например, популярны генеалогические деревья.



Число q рёбер графа находится из соотношения $q = n - 1$, где n - число вершин дерева.

В виде графов, особенно в виде деревьев, строятся многие математические модели.

Метод дерева решений применяется в задачах классификации и прогнозирования, когда решения приходится принимать в условиях риска, неопределённости и исход событий зависит от вероятностей. На каждое решение влияют какие-то определённые факторы, и у каждого решения есть свои последствия, которым присущ вероятностный характер. В этих условиях процесс принятия решений является последовательным и **метод дерева решений** предполагает определять, какие действия следует предпринять в каждой вершине дерева.

Дерево решений – математическая модель, которая задаёт процесс принятия решений так, что будут отображены каждое возможное решение, предшествующие и последующие этим решениям события или другие решения и последствия каждого конечного решения.

В настоящее время менеджер может использовать при принятии решения различные компьютерные и математические средства. В памяти компьютеров держат массу информации, организованную с помощью баз данных и других программных продуктов, позволяющих оперативно ею пользоваться. Экономико-математические и эконометрические модели позволяют просчитывать последствия тех или иных решений, прогнозировать развитие событий. Методы экспертных оценок также весьма математизированы и используют компьютеры.

Maple — система компьютерной математики, разработанная канадской фирмой Waterloo Maple, которая ориентирована на широкий круг пользователей. Она известна благодаря своей высокой эффективности при решении самых разных математических задач и великолепной графике.

Mathcad - система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением, отличается легкостью использования и применения для коллективной работы.

Mathcad имеет простой и интуитивный для использования интерфейс пользователя. Для ввода формул и данных можно использовать как клавиатуру, так и специальные панели инструментов.

Основные возможности

Mathcad содержит сотни операторов и встроенных функций для решения различных технических задач. Программа позволяет выполнять численные и символьные вычисления, производить операции с скалярными величинами, векторами и матрицами, автоматически переводить одни единицы измерения в другие.

Среди возможностей Mathcad можно выделить:

- Решение дифференциальных уравнений, в том числе и численными методами
- Построение двумерных и трёхмерных графиков функций (в разных системах координат, контурные, векторные и т. д.)
- Использование греческого алфавита как в уравнениях, так и в тексте
- Выполнение вычислений в символьном режиме
- Выполнение операций с векторами и матрицами
- Символьное решение систем уравнений
- Аппроксимация кривых
- Выполнение подпрограмм
- Поиск корней многочленов и функций
- Проведение статистических расчётов и работа с распределением вероятностей
- Поиск собственных чисел и векторов
- Вычисления с единицами измерения
- Интеграция с САПР системами, использование результатов вычислений в качестве управляющих параметров.

С помощью Mathcad инженеры могут документировать все вычисления в процессе их проведения. Основное отличие Mathcad от аналогичных программ - это графический, а не текстовый режим ввода выражений. Для набора команд, функций, формул можно использовать как клавиатуру, так и кнопки на многочисленных специальных панелях инструментов. В любом случае - формулы будут иметь привычный, аналогичный книжному, вид.

Контрольные вопросы:

1. Примеры решения задач, приводящих к понятию графа: управление проектами, транспортные задачи, модели коллективов и групп.
2. Математическое моделирование в системах *«Maple», «MathCad»*.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. /
А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
2. Рябушко, А.П.Высшая математика: теория и задачи:учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, –Минск, Вышейшая школа. –2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
3. Кастрица,О. А.Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица,О. А. – 4-е изд.,стер. – Минск : Новое знание; М.:ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.
4. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств…: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.
5. Использование информационных технологий в курсе вузовской математики : учеб.-метод. пособие : в 3 ч. / Г. Г. Расолько [и др.]. – Минск : БГУ, 2010. – 856 с.
6. Буснюк, Н.Н.Математическое моделирование: учеб. пособие / Н.Н. Буснюк, А.А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.: ил.

Тема 6 (3.1.) МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТУРИЗМА ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Вопросы для обсуждения:

1. Математическое программирование как один из разделов теории исследования операций.
2. Линейное программирование в сфере туризма и гостеприимства.
3. Виды математических моделей.
4. Симплексные преобразования при осуществлении математического моделирования.

Математическое программирование представляет собой совокупность методов, используемых для нахождения оптимальных решений в управлении турпредприятием. Например, надо спланировать эффективную рекламную кампанию. При правильно выбранном критерии оценки успешности рекламной кампании поставленная задача планирования будет иметь количественный характер. В свою очередь, критерий эффективности зависит от характера рекламной кампании, ее цеди и содержания. Задача нахождения оптимального решения проблемы заключается в выборе методов, при котором критерий эффективности рекламной кампании был бы максимальным или минимальным.

Рассмотрм некоторые из методов математического прогнозирования, используемые в турбизнесе. Классические методы математического программирования (метод нахождения максимума и минимума функции, вариационное исчисление) используются при решении технических проблем в индустрии гостеприимства, например выпуск комфортабельных туристских автобусов, яхт для туристов, инвентарь и оборудование для экстремальных видов туризма. Однако по ряду причин эти методы не всегда применяются для нахождения оптимальных решений в турбизнесе.

Нелинейное программирование применяется для нахождения оптимального решения в случае одноэтапных процессов, когда критерий и ограничения являются нелинейными функциями переменных. Многие задачи, связанные с планированием туристских мероприятий, сводятся к задачам нелинейного программирования. Динамическое программирование представляет собой метод нахождения оптимального решения в случае многоэтапных процессов и используется для решения задач линейного программирования. Принцип максимума Л. С. Понтрягина сводится к поиску оптимальных решений с непрерывными во времени действиями. С некоторыми видоизменениями этот принцип применим и для решения дискретных задач. В таком виде его называют дискретным принципом максимума.

Целочисленное программирование является методом нахождения оптимального решения задач в целых числах. Многие задачи тур- бизнеса можно свети к задачам целочисленного программирования.

Стохастическое (вероятностное) программирование представляет собой метод нахождения оптимальных решений в условиях неопределенности, когда часть исходных данных является случайными величинами. С помощью параметрического программирования изучается влияние изменений параметров на решение поставленных задач руководством турпредприятия.

Блочное программирование в турбизнесе используется для получения оптимального решения важных задач на основании результатов частных задач с меньшим числом переменных и ограничений. Этот метод применим для математического моделирования турпродукта.

Эвристическое программирование служит примером логико-аналитических методов. Это программирование представляет собой метод нахождения решений на основе логического отбора лучших решений и последующего их математического анализа в целях оптимизации лечебно-оздоровительных программ. Этот метод используется в турпредприятии при составлении опорного бизнес- плана, который затем уточняется другими методами программирования.

Линейное программирование применяется для нахождения оптимального решения управленческих процессов на турпредприятии. Если процесс одноэтапный, критерий эффективности представляет собой линейную функцию переменных, система ограничений имеет набор линейных неравенств (уравнений). Многоэтапные процессы иногда могут быть сведены к задаче линейного программирования. Это программирование позволяет оценивать эффективность информационно-технических систем, профессионализм персонала, находить оптимальные варианты управления турпредприятием, решать такие задачи, как транспортные и распределение ресурсов по видам деятельности.

Определение 1. *Линейное программирование* — наука о методах исследования и отыскания экстремальных (наибольших и наименьших) значений линейной функции, на неизвестные которой наложены линейные ограничения.

Эта линейная функция называется *целевой,* а ограничения, которые математически записываются в виде уравнений или неравенств, называются *системой ограничений.*

Определение 2. Математическое выражение целевой функции и ее ограничений называется *математической моделью экономической задачи.*

В общем виде математическая модель задачи линейного программирования (ЛП) записывается как

$$L(\bar{x}) = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_jx_j + \cdots + c_nx_n \to \max(\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1j}x_j + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2j}x_j + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{ij}x_j + \cdots + a_{in}x_n = b_i, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mj}x_j + \cdots + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases}$$
$$x_j \geqslant 0, \quad i = \overline{1,m}, \quad j = \overline{1,n},$$

где x_j — неизвестные; a_{ij}, b_i, c_j — заданные постоянные величины.

Все или некоторые уравнения системы ограничений могут быть записаны в виде неравенств.

Математическая модель в более краткой записи имеет вид

$$L(\bar{x}) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max(\min)$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i, \quad x_j \geqslant 0, \quad i = \overline{1,m}, \quad j = \overline{1,n}.$$

Определение 3. Допустимым решением (планом) задачи линейного программирования называется вектор $\overline{X} = (x_1, x_2,..., x_n)$, удовлетворяющий системе ограничений.

Множество допустимых решений образует область допустимых решений (ОДР).

Определение 4. Допустимое решение, при котором целевая функция достигает своего экстремального значения, называется оптимальным решением задачи линейного программирования и обозначается $\overline{X}_{\text{опт}}$.

Базисное допустимое решение $\overline{X}(x_1, x_2,..., x_r, 0, \dots, 0)$ является опорным решением, где r — ранг системы ограничений.

Виды математических моделей

Математическая модель задачи ЛП может быть канонической и неканонической.

Определение 5. Если все ограничения системы заданы уравнениями и переменные x_j неотрицательные, то такая модель задачи называется канонической.

Если хотя бы одно ограничение является неравенством, то модель задачи ЛП является *неканонической.* Чтобы перейти от неканонической модели к канонической, необходимо в каждое неравенство ввести балансовую переменную x_{n+i}. Если знак неравенства $\leq$, то балансовая переменная вводится со знаком плюс, если знак неравенства $\geq$, то — минус. В целевую функцию балансовые переменные не вводятся.

Чтобы составить математическую модель задачи ЛП, необходимо:

- ввести обозначения переменных;

- исходя из цели экономических исследований, составить целевую функцию;

-учитывая ограничения в использовании экономических показателей задачи и их количественные закономерности, записать систему ограничений.

Наиболее простым и наглядным методом линейного программирования является графический метод. Он применяется для решения задач ЛП с двумя переменными, заданными в неканонической форме, и многими переменными в канонической форме при условии, что они содержат не более двух свободных переменных.

С геометрической точки зрения в задаче линейного программирования ищется такая угловая точка или набор точек из допустимого множества решений, на котором достигается самая верхняя (нижняя) линия уровня, расположенная дальше (ближе) остальных в направлении наискорейшего роста.

Для нахождения экстремального значения целевой функции при графическом решении задач ЛП используют вектор $\overline{\text{grad}}\ L(\overline{x})$ на плоскости X_1OX_2, который обозначим $\overline{C}$. Этот вектор показывает направление наискорейшего изменения целевой функции, он равен

$$\overline{\text{grad}}\, L(\bar{x}) = \bar{C} = \frac{\partial L}{\partial x_1}\bar{e}_1 + \frac{\partial L}{\partial x_2}\bar{e}_2,$$

где e_1 и e_2 — единичные векторы по осям OX_1 и OX_2 соответственно; таким образом, $\overline{C} = (\partial L/\partial x_1,\ \partial L/\partial x_2)$. Координатами вектора $\overline{C}$ являются коэффициенты целевой функции $L(\overline{x})$.

Алгоритм решения задач

1. Находим область допустимых решений системы ограничений задачи.
2. Строим вектор $\overline{C}$.
3. Проводим линию уровня L_0, которая перпендикулярна $\overline{C}$.
4. Линию уровня перемещаем по направлению вектора $\overline{C}$ для задач на максимум и в направлении, противоположном $\overline{C}$, для задач на минимум.

Симплексный метод является универсальным, так как позволяет решить практически любую задачу линейного программирования, записанную в каноническом виде.

Идея симплексного метода (метода последовательного улучшения плана) заключается в том, что начиная с некоторого исходного опорного решения осуществляется последовательно направленное перемещение по опорным решениям задачи к оптимальному. Значение целевой функции при этом перемещении для задач на максимум не убывает. Так как число опорных решений конечно, то через конечное число шагов получим оптимальное опорное решение. *Опорным решением называется базисное неотрицательное* *решение.*

Алгоритм симплексного метода

1. Математическая модель задачи должна быть канонической. Если она неканоническая, то ее надо привести к каноническому виду.

2. Находим исходное опорное решение и проверяем его на оптимальность. Для этого заполняем симплексную таблицу (табл. 21.1). Все строки таблицы 1-го шага, за исключением строки Δ_j (индексная строка), заполняем по данным системы ограничений и целевой функции.

c_i	БП	c_1	c_2	...	c_m	c_{m+1}	...	c_n	$L(\bar{x})$
		x_1	x_2	...	x_m	x_{m+1}	...	x_n	b_i
c_1	x_1	1	0	...	0	$h_{1,m+1}$	...	h_{1n}	f_1
c_2	x_2	0	1	...	0	$h_{2,m+1}$	...	h_{2n}	f_2
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
c_m	x_m	0	0	...	1	$h_{m,m+1}$	...	h_{mn}	f_m
	Δ_j	0	0	...	0	Δ_{m+1}	...	Δ_n	$L(\bar{x}_1)$

Индексная строка для переменных находится по формуле

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^{m} c_i h_{ij} - c_j, \quad j = \overline{1,n}$$

и по формуле

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^{m} c_i f_i \text{ для свободного члена.}$$

Возможны следующие случаи при решении задачи на максимум:

- если все оценки $\Delta_j \geq 0$, то найденное решение оптимальное;
- если хотя бы одна оценка $\Delta_j \leq 0$, но при соответствующей переменной нет ни одного положительного коэффициента, решение задачи прекращаем, так как $L(\bar{x}) \to \infty$, т.е. целевая функция неограничена в области допустимых решений;
- если хотя бы одна оценка отрицательная, а при соответствующей переменной есть хотя бы один положительный коэффициент, то нужно перейти к другому опорному решению;
- если отрицательных оценок в индексной строке несколько, то в столбец базисной переменной (БП) вводят ту переменную, которой соответствует наибольшая по абсолютной величине отрицательная оценка.

Если хотя бы одна оценка $\Delta_k < 0$, то k-й столбец принимаем за ключевой.

За ключевую строку принимаем ту, которой соответствует минимальное отношение свободных членов *(b_i)* к положительным коэффициентам k-го столбца. Элемент, находящийся на пересечении ключевых строки и столбца, называется *ключевым элементом.*

3. Заполняем симплексную таблицу 2-го шага:

- переписываем ключевую строку, разделив ее на ключевой элемент;

- заполняем базисные столбцы;

- остальные коэффициенты таблицы находим по правилу "прямоугольника". Оценки можно считать по приведенным выше формулам или по правилу "прямоугольника" Получаем новое опорное решение, которое проверяем на оптимальность, и т.д.

Контрольные вопросы:

1. Понятие о математическом программировании.
2. Линейное программирование в сфере туризма и гостеприимства.
3. Виды математических моделей.
4. Симплексные преобразования при осуществлении математического моделирования.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. /

А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.

2. Рябушко, А.П.Высшая математика: теория и задачи:учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, –Минск, Вышейшая школа. –2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.

3. Кастрица,О. А.Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица,О. А. – 4-е изд.,стер. – Минск : Новое знание; М.:ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.

4. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств…: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

5. Использование информационных технологий в курсе вузовской математики : учеб.-метод. пособие : в 3 ч. / Г. Г. Расолько [и др.]. – Минск : БГУ, 2010. – 856 с.

6. Буснюк, Н.Н.Математическое моделирование: учеб. пособие / Н.Н. Буснюк, А.А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.: ил.

Тема 7 (3.2.) ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ПЕРЕМЕЩЕНИИ СУБЪЕКТОВ СФЕРЫ ТУРИЗМА И ГОСТЕПРИИМСТВА

Вопросы для обсуждения:

1. Общее представление о транспортных задачах.
2. Приложение транспортных моделей к решению некоторых экономических задач
3. Метод северо-западного угла
4. Метод потенциалов.

Транспортная задача - одна из распространенных задач линейного программирования. Ее цель - разработка наиболее рациональных путей и способов транспортирования товаров, устранение чрезмерно дальних, встречных, повторных перевозок. Все это сокращает время продвижения товаров, уменьшает затраты предприятий, фирм, связанные с осуществлением процессов снабжения сырьем, материалами, топливом, оборудованием и т.д.

В общем виде задачу можно представить следующим образом: в m. пунктах производства A_1, A_2, ..., A_m имеется однородный груз в количестве соответственно a_1, a_2,…, a_m. Этот груз необходимо доставить в n пунктов назначения B_1, B_2, ..., B_n в количестве соответственно b_1, b_2,..., b_n. Стоимость перевозки единицы груза (тариф) из пункта A_i в пункт B_j равна c_{ij}.

Требуется составить план перевозок, позволяющий вывезти все грузы и имеющий минимальную стоимость.

В зависимости от соотношения между суммарными запасами груза и суммарными потребностями в нем транспортные задачи могут быть закрытыми и открытыми.

Определение 1. Если

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j,$$

то задача называется *закрытой.* Это необходимое и достаточное условие существования допустимого плана задачи.

Если

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j,$$

то *открытой*.

Приложение транспортных моделей к решению некоторых экономических задач

Алгоритм и методы решения транспортной задачи могут быть использованы при решении некоторых экономических задач, не имеющих ничего общего с транспортировкой груза. В этом случае величины тарифов c_{ij} имеют различный смысл в зависимости от конкретной экономической задачи. К таким задачам относятся следующие:

— оптимальное закрепление за станками операций по обработке деталей. В них c_{ij} является таким экономическим показателем, как производительность. Задача позволяет определить, сколько времени и на какой операции нужно использовать каждый из станков, чтобы обработать максимальное количество деталей. Так как транспортная задача требует нахождения минимума, то значения c_{ij} берутся с отрицательным знаком;

— оптимальные назначения, или проблема выбора. Имеется m механизмов, которые могут выполнять m различных работ с производительностью c_{ij}. Задача позволяет определить, какой механизм и на какую работу надо назначить, чтобы добиться максимальной производительности;

— задача о сокращении производства с учетом суммарных расходов на изготовление и транспортировку продукции;

— увеличение производительности автомобильного транспорта за счет минимизации порожнего пробега. Уменьшение порожнего пробега сократит количество автомобилей для перевозок, увеличив их производительность;

— решение задач с помощью метода запрещения перевозок. Используется в том случае, если груз от некоторого поставщика по каким-то причинам не может быть направлен одному из потребителей. Данное ограничение можно учесть, присвоив соответствующей клетке достаточно большое значение стоимости, тем самым в эту клетку не будут производиться перевозки.

Метод потенциалов является модификацией симплекс-метода решения задачи линейного программирования применительно к транспортной задаче. Он позволяет, отправляясь от некоторого допустимого решения, получить оптимальное решение за конечное число итераций.

Решить транспортную задачу можно различными методами, начиная от симплекс-метода и простого перебора, и заканчивая методом графов.

Алгоритм решения транспортной задачи в общем виде:

Построение транспортной таблицы.

Проверка задачи на закрытость.

Составление опорного плана.

Проверка опорного плана на вырожденность.

Вычисление потенциалов для плана перевозки.

Проверка опорного плана на оптимальность.

Вычисление общих затрат на перевозку груза.

Построение графа перевозок.

Подробная инструкция по решению транспортной задачи

1. Построение транспортной таблицы Строим таблицу, где указываем запасы материалов, имеющиеся на складах поставщиков (Ai), и потребности заводов (Bj) в этих материалах. В нижний правый угол ячеек таблицы заносим значение тарифов на перевозку груза (Cij).

2. Проверка задачи на закрытость Обозначим суммарный запас груза у всех поставщиков символом А, а суммарную потребность в грузе у всех потребителей – символом В. Тогда: Транспортная задача называется закрытой, если А = В . Если же А ≠ В , то транспортная задача называется открытой. В случае закрытой задачи от поставщиков будут вывезены все запасы груза, и все заявки потребителей будут удовлетворены. В случае открытой задачи для ее решения придется вводить фиктивных поставщиков или потребителей. Проверим задачу на закрытость: А = 10 + 20 + 30 = 60 В = 15 + 20 + 25 = 60 А = В, следовательно данная транспортная задача – закрытая.

3. Составление опорного плана. Составляет предварительный (опорный) план перевозок. Он не обязательно должен быть оптимальный. Это просто своеобразный «черновик», «набросок», улучшая который мы постепенно придем к плану оптимальному. Есть разные методы нахождения опорного плана. Наиболее распространены следующие: Есть разные методы нахождения опорного плана. Наиболее распространены следующие:

Метод северо-западного угла

Для матричной транспортной задачи возможен другой алгоритм построения начального плана.

1. Выберем какую-либо вершину i.

2. Выберем дугу, инцидентную i. Поток по дуге положим равным минимуму из объёмов производства и потребления на концах дуги. Уменьшим эти объёмы на величину потока по дуге. Вершину с нулевым объёмом устраним из рассмотрения вместе с инцидентными ей дугами. Переходим к пункту 2.

Если вершины производств и потребления перенумерованы и каждый раз выбирается дуга с наименьшим номером, метод называется *методом северо-западного угла*

Суть метода северо-западного угла проста - ячейки транспортной таблицы последовательно заполняются максимально возможными объемами перевозок, в направлении сверху вниз и слева направо.

Метод заключается в том, что для заполнения ячеек транспортной таблицы выбирается клетка с минимальным значением тарифа. Затем выбирается следующая клетка с наименьшим тарифом и так продолжается до тех пор, пока таблица не будет заполнена.

Контрольные вопросы:

1. Общее представление о транспортных задачах.
2. Приложение транспортных моделей к решению некоторых экономических задач
3. Метод северо-западного угла
4. Метод потенциалов.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.

2. Рябушко, А.П.Высшая математика: теория и задачи:учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, –Минск, Вышейшая школа. –2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.

3. Кастрица,О. А.Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица,О. А. – 4-е изд.,стер. – Минск : Новое знание; М.:ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.

4. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств…: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

5. Использование информационных технологий в курсе вузовской математики : учеб.-метод. пособие : в 3 ч. / Г. Г. Расолько [и др.]. – Минск : БГУ, 2010. – 856 с.

6. Буснюк, Н.Н.Математическое моделирование: учеб. пособие / Н.Н. Буснюк, А.А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.: ил.

7. Транспортная задача - решение методом потенциалов // Сайт преподавателя экономики. [2013]. URL: http://galyautdinov.ru/post/transportnaya-zadacha (дата обращения: 13.11.2019).

Тема 8 (3.3.) ДИСКРЕТНЫЕ И ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ В ТУРИЗМЕ

Вопросы для обсуждения:

1. Целочисленное и дискретное программирование в сфере туризма и гостеприимства.
2. экстремальные комбинаторные задачи (задачи о коммивояжере).
3. Модель управления запасами .
4. Задачи о назначениях (задачи выбора).

Целочисленное программирование – один из наиболее молодых, перспективных и быстро развивающихся разделов математического программирования. Можно перечислить большое количество разнообразных задач планирования экономики, организации производства, исследования конфликтных ситуаций, синтеза схем автоматического регулирования, которые формально сводятся к выбору лучших, в некотором смысле, значений параметров из определенной дискретной совокупности заданных величин. К ним можно отнести и экстремальные комбинаторные задачи, возникающие в различных разделах дискретной математики.

Задачи и методы, относящиеся к перечисленному кругу вопросов, в литературе именуются по-разному. Наибольшее распространение получил термин «целочисленное программирование», однако встречаются и такие как «дискретное программирование», реже «комбинаторное (или диофантово) программирование».

Наиболее изученными задачами этого класса являются целочисленные задачи линейного программирования, в которых на все переменные (или на их часть) наложено дополнительное требование целочисленности. От них принято отличать так называемые дискретные задачи линейного программирования, в которых область допустимого изменения каждой переменной – не множество целых неотрицательных чисел, а некоторое заданное конечное множество.

Задача коммивояжёра — одна из самых известных задач комбинаторной оптимизации, заключающаяся в поиске самого выгодного маршрута, проходящего через указанные города хотя бы по одному разу с последующим возвратом в исходный город. В условиях задачи указываются критерий выгодности маршрута (кратчайший, самый дешёвый, совокупный критерий и тому подобное) и соответствующие матрицы расстояний, стоимости и тому подобного.

Задача коммивояжёра (коммивояжёр — бродячий торговец) заключается в отыскании самого выгодного маршрута, проходящего через указанные города хотя бы по одному разу. В условиях задачи указываются критерий выгодности маршрута (кратчайший, самый дешёвый, совокупный критерий и т. п.) и соответствующие матрицы расстояний, стоимости и т. п. Как правило, указывается, что маршрут должен проходить через каждый город только один раз - в таком случае выбор осуществляется среди гамильтоновых циклов.

Существует масса разновидностей обобщённой постановки задачи, в частности геометрическая задача коммивояжёра (когда матрица расстояний отражает расстояния между точками на плоскости), треугольная задача коммивояжёра (когда на матрице стоимостей выполняется неравенство треугольника), симметричная и асимметричная задачи коммивояжёра.

Простейшие методы решения задачи коммивояжёра: полный лексический перебор, жадные алгоритмы (метод ближайшего соседа, метод включения ближайшего города, метод самого дешёвого включения), метод минимального остовного дерева. На практике применяются различные модификации более эффективных методов: метод ветвей и границ и метод генетических алгоритмов, а также алгоритм муравьиной колонии.

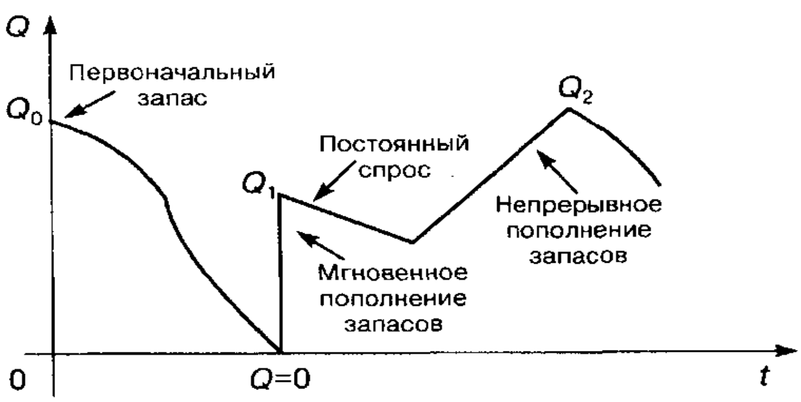
Некоторые модели управления запасами.

Общая постановка задачи.

Предприятия, фирмы имеют различные запасы: сырье, комплектующие изделия, готовую продукцию, предназначенную для продажи, и т.д. Совокупность подобных материалов, представляющих временно не используемые экономические ресурсы, называют *запасами предприятия.*

Запасы создаются по различным причинам. Одна из них состоит в том, что если в некоторый момент производства потребуется какой-то вид деталей, который поставляется другим предприятием, и он отсутствует на складе, то процесс производства может остановиться. Поэтому на складе всегда должно быть нужное количество деталей данного вида. Однако если запасы увеличить, то возрастет стоимость их хранения. Задача управления запасами состоит в выборе для предприятия целесообразного решения.

Рассмотрим простейшие математические модели управления запасами. На рис. представлены возможные графики изменения запаса Q, имеющегося на складе, во времени t, для которого рассматривается этот запас.



Под Q будем понимать изделия или материалы (товары) только одного вида. Если на изделие поступает заявка, то оно отпускается и значение Q падает. Предположим, что величина спроса непрерывна во времени. Если Q = 0, то имеет место дефицит.

Любая математическая модель, которая применяется для изучения определенной ситуации в управлении запасами, должна учитывать факторы, связанные с издержками.

Различают *организационные издержки* — расходы, связанные с оформлением и доставкой товаров, издержки *содержания запасов* — затраты, связанные с хранением. Они возникают из-за амортизации в процессе хранения (изделия могут портиться, устаревать, их количество может уменьшаться и т.д.). Существуют издержки, связанные с *дефицитом:* если поставка со склада не может быть выполнена, то возникают дополнительные издержки, связанные с отказом. Это может быть денежный штраф или ущерб, не осязаемый непосредственно (например, ухудшение бизнеса в будущем и потеря потребителей). Количество товара, поставляемое на склад, называют *размером партии.*

Задача о назначениях

Задача заключается в выборе такого распределения ресурсов по объектам, при котором минимизируется стоимость назначений. Предполагается, что каждый ресурс назначается ровно один раз и каждому объекту приписывается ровно один ресурс.

Возможные применения задачи о назначениях представлены в таблице.

Ресурсы	**Объекты**	**Критерии эффективности**
Рабочие	Рабочие места	Время
Грузовые автомобили	Маршруты	Затраты
Станки	Участки	Объем переработанной продукции
Экипажи	Рейсы	Время простоя
Коммивояжер	Города	Товарооборот

Матрица стоимостей C имеет вид

$$C = (c_{ij}),$$

где c_{ij} — затраты, связанные с назначением i-го ресурса на j-й объект, $i = j = \overline{1,n}$, где n — число объектов или ресурсов.

Обозначим:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } i\text{-й ресурс назначается на } j\text{-й объект;} \\ 0 \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Таким образом, решение задачи может быть записано в виде $X = (x_{ij})$.

Допустимое решение называется *назначением.* Оно строится путем выбора ровно одного элемента в каждой строке матрицы $X = (x_{ij})$ и ровно одного элемента в каждом столбце этой матрицы.

Элементы c_{ij} матрицы C, соответствующие элементам $x_{ij} = 1$ матрицы X, будем отмечать кружками:

$$C=(c_{ij})=\begin{pmatrix}4 & 7 & 0\\ 0 & 3 & 8\\ 6 & 0 & 9\end{pmatrix},\quad X=(x_{ij})=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}.$$

Математическая постановка задачи:

$$L(X)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}\to\min$$

при ограничениях:

$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}x_{ij}=1, & i=\overline{1,n};\\ \sum_{i=1}^{n}x_{ij}=1, & j=\overline{1,n};\\ \quad x_{ij}=0 \text{ или } 1.\end{cases}$$

Алгоритм решения задачи

Задача о назначениях является частным случаем транспортной задачи, в которой $a_i = b_j = 1$. Поэтому ее можно решать алгоритмами транспортной задачи. Рассмотрим другой метод, который является более эффективным, учитывающим специфику математической модели. Этот метод называется венгерским алгоритмом. Он состоит из следующих шагов:

1) преобразования строк и столбцов матрицы;
2) определение назначения;
3) модификация преобразованной матрицы.

1-й шаг. Цель данного шага — получение максимально возможного числа нулевых элементов в матрице *C*. Для этого из всех элементов каждой строки вычитаем минимальный элемент соответствующей строки, а из всех элементов каждого столбца вычитаем минимальный элемент соответствующего столбца.

2-й шаг. Если после выполнения 1-го шага в каждой строке и каждом столбце матрицы *C* можно выбрать по одному нулевому элементу, то полученное решение будет оптимальным назначением.

3-й шаг. Если допустимое решение, состоящее из нулей, не найдено, то проводим минимальное число прямых через некоторые столбцы и строки так, чтобы все нули оказались вычеркнутыми. Выбираем наименьший невычеркнутый элемент. Этот элемент вычитаем из каждого невычеркнутого элемента и прибавляем к каждому элементу, стоящему на пересечении проведенных прямых.

Если после проведения 3-го шага оптимальное решение не достигнуто, то процедуру проведения прямых следует повторять до тех пор, пока не будет получено допустимое решение.

Контрольные вопросы:

1. Задача о коммивояжере.
2. Модель управления запасами.
3. Задача о назначениях.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.

2. Рябушко, А.П.Высшая математика: теория и задачи:учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, –Минск, Вышейшая школа. –2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.

3. Кастрица,О. А.Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица,О. А. – 4-е изд.,стер. – Минск : Новое знание; М.:ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.

4. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств…: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

5. Использование информационных технологий в курсе вузовской математики : учеб.-метод. пособие : в 3 ч. / Г. Г. Расолько [и др.]. – Минск : БГУ, 2010. – 856 с.

6. Буснюк, Н.Н.Математическое моделирование: учеб. пособие / Н.Н. Буснюк, А.А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.: ил.

Тема 9 (4.1.) ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ТЕОРИИ ИГР В ТУРИЗМЕ

Вопросы для обсуждения:

1. Общие сведения теории игр.
2. Математические игры при разрешении конфликтных ситуаций в туристической отрасли.
3. Сущность теории Шпрага-Гранди.
4. Решение матричных игр с применением информационно-коммуникационных технологий

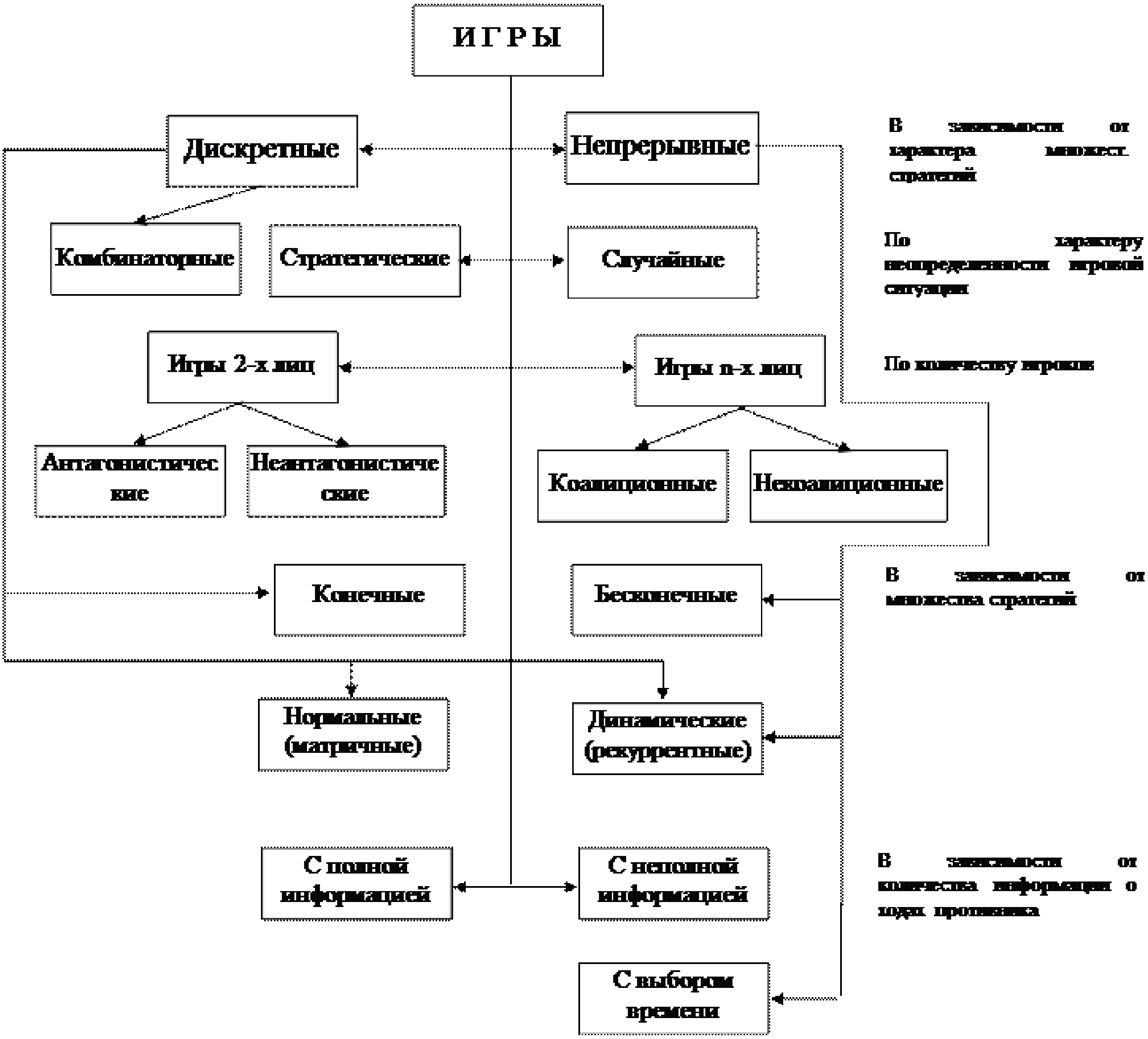
Теория игр представляет собой часть обширной теории, изучающей процессы принятия оптимальных решений. Она дает формальный язык для описания процессов принятия сознательных, целенаправленных решений с участием одного или нескольких лиц в условиях неопределенности и конфликта, вызываемого столкновением интересов конфликтующих сторон.

Теория игр, раздел математики, изучающий формальные модели принятия оптимальных решений в условиях конфликта. При этом под конфликтом понимается явление, в котором участвуют различные стороны, наделённые различными интересами и возможностями выбирать доступные для них действия в соответствии с этими интересами.

Целью теории игр является выработка рекомендаций по рациональному образу действий участников в конфликтных ситуациях, то есть определение оптимальной стратегии каждого из них.

Практическое значение теории игр состоит в том, что она служит основой моделирования игровых экспериментов, в частности, деловых игр, позволяющих определять оптимальное поведение в сложных ситуациях.

Примеры практического и в том числе экономического содержания призваны, скорее всего, содержательно интерпретировать математические положения теории игр, чем указывать на фактические или возможные их приложения. От реальной конфликтной ситуации игра отличается тем, что ведется по вполне определенным правилам. Реальные конфликты обычно трудно поддаются формальному описанию, поэтому любая игра является упрощением исходной задачи, в ней отражаются лишь основные, первостепенные факторы, отражающие суть процесса или явления.



В экономике иногда приходится сталкиваться с ситуацией, когда при наличии многих участников эффективность решения одного из них зависит от того, какие решения приняли другие участники. Например, доход предприятия от продажи продукции зависит не только от установленной на него цены, но и от количества купленных покупателем изделий. Или при выборе ассортимента товаров, выпускаемых предприятием, нужно учитывать, какой ассортимент товаров выпускают другие предприятия.

Все ситуации, когда эффективность действия одного из участников зависит от действий других, можно разбить на два типа: интересы участников совпадают, и они могут договориться о совместных действиях; интересы участников не совпадают. В этом случае может оказаться невыгодным сообщать другим участникам свои решения, так как кто-нибудь из них сможет воспользоваться знанием чужих решений и получит больший выигрыш за счет других участников. Ситуации такого типа называются *конфликтными.* Построением математических моделей конфликтных ситуаций и разработкой методов решения возникающих в этих ситуациях задач занимается *теория игр.*

Теория игр исследует конфликтные ситуации. Форму конфликта может принять конкуренция между двумя сторонами. Исход возникшего конфликта зависит не только от принятого решения одной из сторон, но и от ответных действий другой. В таких ситуациях предугадать исход, а тем более определить действия, при которых он оказался бы наиболее благоприятным, сложно. В условиях неопределенности обращаются к теории игр, позволяющей изыскать рекомендации для принятия решений. Неопределенную ситуацию подразделяют на известную и неизвестную части, затем строят игровую модель изучаемых действий, которая позволяет принять оптимальное решение. Теория игр в туризме предусматривает конструирование схемы деятельности, в которой конкуренты (игроки) имеют свои цели и различные пути их достижения. Обязательное условие — достижение одним из игроков своей цели в зависимости от выбора способа действия другим игроком. Отличительная особенность игры в сравнении с реальной ситуацией состоит в том, что она проводится по заранее разработанным правилам. Теория игр применяется для обоснования оптимальных вариантов использования ресурсов с учетом неизвестных ответных действий конкурента. Диапазон использования теории игр в туризме широк — от оценки экономической эффективности до распределения ресурсов в турбизнесе и выбора оптимальных вариантов действий. Рассмотрим использование теории игр в решении такой проблемы, как реализация тур продукта. Формы реализации тур продукта и итоговые результаты заключаются в высокой точности, эффективности управленческих решений; выборе приоритетных направлений развития турпредприятия; точности расчетов экономической эффективности производственной деятельности; устранении неопределенности результатов; снижении рисков. Проектный подход рассматривает следующие проблемы: организацию разработки турпродукта, внедрение и коммерциализацию новшеств в виде инноваций; бизнес-планирование; анализ и оценку; организацию финансирования инновационного проекта. Реализация проекта заключаются в типе стратегического планирования, подборе производственно-технических и маркетинговых мероприятий. Проектный подход предусматривает исследование новых тур- продуктов, потребительские и стоимостные показатели, ресурсы, технологические и финансовые возможности. На основе балансовой отчетности и движения денежных потоков осуществляются следующие действия: проводятся технико-экономический, правовой, коммерческий, экологический и финансовый анализы; дается оценка финансовой устойчивости и коммерческой эффективности проекта; рассчитываются сроки окупаемости, индекс доходности, чистый дисконтированный доход, внутренние нормы рентабельности, риски; определяются потребности в финансировании, а также поиск денежных источников под проект. Маркетинговый подход рассматривает проблемы ориентации турпредприятия на стратегию и включает следующие конкурентные преимущества: создание ассортимента услуг-заменителей; экспансию на новые рынки услуг с учетом запросов потенциальных потребителей. В комплексном исследовании рынка услуг проводятся прогноз конъюнктуры рынка услуг, его емкость, сегментация, поведение конкурентов, время выхода на рынок услуг.

В игре могут сталкиваться интересы двух или нескольких противников, поэтому игры разделяются на парные и множественные. Если во множественной игре интересы игроков совпадают, то они могут объединяться, создавая коалиции. Такие игры называются коалиционными.

Задачей теории игр является выработка рекомендаций для игроков, т.е. определение для них оптимальной стратегии. *Стратегией игрока* называется система правил, однозначно определяющих поведение игрока на каждом ходе в зависимости от ситуации, сложившейся в процессе игры. *Оптимальной* называется стратегия, которая при многократном повторении игры обеспечивает данному игроку максимально возможный средний выигрыш. Количество стратегий у каждого игрока может быть конечным или бесконечным, в зависимости от этого игры подразделяются на конечные и бесконечные.

Конфликты в сфере туризма, к сожалению, неизбежны, так как все люди уникальны в своих взглядах, убеждениях и жизненных позициях. Почва для непонимания и конфликтов есть всегда, поэтому эта тема является актуальной. Работнику сферы туризма и гостеприимства необходимо уметь не допускать эти конфликты и в случае возникновения уметь их решать. Так, например если менеджер «входит в управление конфликтом» в начальной фазе, он разрешается на 92%; если на фазе подъема — на 46%, а на стадии пик — менее 5%, на стадии спада — около 20%, на стадии вторичного периода роста — менее 7%, на стадии вторичного пика — менее 2%.

В современной литературе выделяют несколько признаков конфликта: биполярность; активность, направленная на преодоление противоречия; наличие субъекта или субъектов. Особое значение для анализа конфликта имеют способы его разрешения, носящие конструктивный характер:

1. Способ взаимной уступки (когда обе стороны приходят к консенсусу на основе взаимного соглашения);

2. Способ сотрудничества в выработке совместного решения (когда обе стороны при помощи обоюдного анализа ситуации находят наиболее приемлемое для всех решение);

3. Способ привлечения авторитетного третьего лица (когда обеим сторонам необходима помощь в решении проблемы человека или группы людей, пользующихся у них авторитетом);

4. Способ привлечения авторитетного третьего лица, с обязательным выполнением его решения (суд или определенные органы власти, способные разрешить спор между участниками на основе обязательного выполнения вынесенных предписаний).

Под профессиональным конфликтом мы понимаем любые конфликты, возникающие в системе отношений людей при выполнении ими любых обязанностей в трудовом коллективе.

Основными видами конфликта в профессиональной туристской деятельности являются конфликты, относящиеся к межличностной сфере: «менеджер-клиент», «менеджер-руководитель», «менеджер-менеджер».

Теория игры применяется в экономике. Основные трудности практического применения И. т. связаны с экономической и социальной природой моделируемых ею явлений и недостаточным умением составлять такие модели на количественном уровне.

Конфликтные ситуации в туристской деятельности, как и в любой другой сфере, где происходит общение «человек-человек», возникают не редко. Одним из обуславливающих условий для возникновения конфликта является несоблюдение нравственных норм в отношениях между участниками туристского рынка.

Туристская конфликтология интересна в связи со своей всеобъемлимой распространенностью практически в каждой туристской фирме, что говорит об актуальности поиска оптимального решения возникающих конфликтных ситуаций в организации туристской деятельности. Процесс зарождения конфликта, происходящего в турфирме можно выявить и постараться устранить на начальном этапе. Этому вопросу посвящена данная статья – изучению способов управления конфликтами на туристском предприятии.

В туриндустрии существует несколько видов конфликтных ситуаций, которые можно условно разделить на:

1. Конфликт, одной из сторон которого является турист (группа туристов) и представитель (представители) туркомпании.
2. Конфликт с поставщиками туристских услуг – партнерами туроператора.
3. Внутрифирменный конфликт, сторонами которых являются работники туркомпании .

Конфликтные ситуации могут возникать вследствие следующих причин:

1. Неудовлетворительная коммуникация или неверное предоставление информации потребителю услуг от представителя турагентства, который предложил и забронировал тур.
2. Изменение условий предоставления услуг, согласно договору, заключенному между турагентством и туристом.
3. Вопросы финансового характера между туристом и менеджером турагентства, а также между турагентством и туроператором.
4. Противоречивость потребностей, желаний, интересов, целей или ценностей участников конфликта.
5. Частичное предоставление (или не предоставление) услуг туроператором и его поставщиками, такие как: перенос рейса на длительное время и сокращение количества дней тура, размещение в гостинице другой категории, игнорирование или недостаточное внимание к потребителю представителями туроператора, которые ответственны за туриста, когда он непосредственно находится в стране отдыха (месте временного пребывания).

Наличие конфликтов подрывает положительную репутацию туристской организации на рынке. Учитывая степень коммуникабельности работников турбизнеса между собой, а также человеческую способность к дальнейшему изменению поступающей и передаваемой информации, трудно спрогнозировать, какими последствиями для имиджа туркомпании в регионе обернется конфликт с туристом. Информация об этих конфликтах быстро превращается в достояние фирм-конкурентов, которые могут воспользоваться этой ситуацией, как собственным конкурентным преимуществом.

Теория Шпрага-Гранди — это теория, описывающая так называемые **равноправные** (англ. "impartial") игры двух игроков, т.е. игры, в которых разрешённые ходы и выигрышность/проигрышность зависят только от состояния игры. От того, какой именно из двух игроков ходит, не зависит ничего: т.е. игроки полностью равноправны.

Кроме того, предполагается, что игроки располагают всей информацией (о правилах игры, возможных ходах, положении соперника).

Предполагается, что игра **конечна**, т.е. при любой стратегии игроки рано или поздно придут в **проигрышную** позицию, из которой нет переходов в другие позиции. Эта позиция является проигрышной для игрока, который должен делать ход из этой позиции. Соответственно, она является выигрышной для игрока, пришедшего в эту позицию. Понятно, ничейных исходов в такой игре не бывает.

Иными словами, такую игру можно полностью описать **ориентированным ациклическим графом**: вершинами в нём являются состояния игры, а рёбрами - переходы из одного состояния игры в другое в результате хода текущего игрока (повторимся, в этом первой и второй игрок равноправны). Одна или несколько вершин не имеют исходящих рёбер, они является проигрышными вершинами (для игрока, который должен совершать ход из такой вершины).

Поскольку ничейных исходов не бывает, то все состояния игры распадаются на два класса: **выигрышные и проигрышные**. Выигрышные - это такие состояния, что найдётся ход текущего игрока, который приведёт к неминуемому поражению другого игрока даже при его оптимальной игре. Соответственно, проигрышные состояния - это состояния, из которых все переходы ведут в состояния, приводящие к победе второго игрока, несмотря на "сопротивление" первого игрока. Иными словами, выигрышным будет состояние, из которого есть хотя бы один переход в проигрышное состояние, а проигрышным является состояние, из которого все переходы ведут в выигрышные состояния (или из которого вообще нет переходов).

Наша задача — для любой заданной игры провести классификацию состояний этой игры, т.е. для каждого состояния определить, выигрышное оно или проигрышное.

Игра "Ним"

Эта игра является одним из примеров описываемых выше игр. Более того, как мы увидим чуть позже, **любая** из равноправных игр двух игроков на самом деле эквивалентна игре "ним" (англ. "nim"), поэтому изучение этой игры автоматически позволит нам решать все остальные игры (впрочем, об этом позже).

Исторически, эта игра была популярна ещё в древние времена. Вероятно, игра берёт своё происхождение в Китае — по крайней мере, китайская игра "Jianshizi" очень похожа на ним. В Европе первые упоминания о ниме относятся к XVI в. Само название "ним" придумал математик Чарлз Бутон (Charles Bouton), который в 1901 г. опубликовал полный анализ этой игры. Происхождение названия "ним" доподлинно неизвестно.

Описание игры

Игра "ним" представляет из себя следующую игру.

Есть несколько кучек, в каждой из которых по нескольку камней. За один ход игрок может взять из какой-нибудь одной кучки любое ненулевое число камней и выбросить их. Соответственно, проигрыш наступает, когда ходов больше не осталось, т.е. все кучки пусты.

Итак, состояние игры "ним" однозначно описывается неупорядоченным набором натуральных чисел. За один ход разрешается строго уменьшить любое из чисел (если в результате число станет нулём, то оно удаляется из набора).

Решение нима

Решение этой игры опубликовал в 1901 г. Чарлз Бутон (Charles L. Bouton), и выглядит оно следующим образом.

Теорема. Текущий игрок имеет выигрышную стратегию тогда и только тогда, когда XOR-сумма размеров кучек отлична от нуля. В противном случае текущий игрок находится в проигрышном состоянии. (XOR-суммой чисел a_i называется выражение $a_1 \oplus a_2 \oplus \ldots \oplus a_n$, где $\oplus$ — операция побитового исключающего или)

Применение матричных игр в маркетинговых исследованиях

Туристическая фирма разработала несколько вариантов плана продажи путевок на предстоящей ярмарке с учетом меняющейся конъюнктуры рынка и спроса покупателей. Получающиеся от их возможных сочетаний показатели дохода представлены в табл. 31.10.

Определить оптимальный план продажи товаров.

Решение. Обозначим: вероятность применения туристической фирмой стратегии $П_1$ — x_1, стратегии $П_2$ —x_2, $П_3$ — x_3; вероятность использования стратегии K_1 — y_1, стратегии K_2 — y_2, K_3 — y_3.

План продажи	Величина дохода, ден. ед.		
	K_1	K_2	K_3
$П_1$	8	4	2
$П_2$	2	8	4
$П_3$	1	2	8

Для первого игрока (туристической фирмы) математическая модель задачи имеет вид

$$L(\bar{X}) = X_1 + X_2 + X_3 \to \min$$

при ограничениях:

$$8X_1 + 2X_2 + X_3 \geqslant 1,$$
$$4X_1 + 8X_2 + 2X_3 \geqslant 1,$$
$$2X_1 + 4X_2 + 8X_3 \geqslant 1,$$
$$X_i \geqslant 0, \quad i = \overline{1,3},$$

где $x_i = X_i v$.

Для второго игрока (конъюнктуры рынка и спроса покупателей) математическая модель задачи имеет вид

$$S(\bar{Y}) = Y_1 + Y_2 + Y_3 \to \max$$

при ограничениях:

$$8Y_1 + 4Y_2 + 2Y_3 \leqslant 1,$$
$$2Y_1 + 8Y_2 + 4Y_3 \leqslant 1,$$
$$Y_1 + 2Y_2 + 8Y_3 \leqslant 1,$$
$$Y_j \geqslant 0, \quad j = \overline{1,3}.$$

Найдем оптимальное решение задачи для второго игрока симплексным методом. При этом последняя таблица имеет вид табл. 31.11.

Из таблицы следует, что $\bar{Y}_{\text{опт}} = (1/14, 11/196, 5/49)$, $S(\bar{Y})_{\max} = 45/196$.

Цена игры $v = 1 / S(Y) = 196/45$.

Так как $y_i = Y_i v$, то $y_1 = 14/45$, $y_2 = 11/45$, $y_3 = 20/45$.

b_j	БП	1	1	1	0	0	0	c_i
		Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	
1	Y_1	1	0	0	1/7	−1/14	0	1/14
1	Y_2	0	1	0	−3/98	31/196	−1/14	11/196
1	Y_3	0	0	1	−1/98	−3/98	1/7	5/49
	Δ_i	0	0	0	5/49	11/196	1/14	45/196

Оптимальная стратегия второго игрока:

$$\bar{y}_{\text{опт}} = (14/45, 11/45, 20/45).$$

Стратегии первого игрока найдем из последней симплексной таблицы, используя метод соответствия переменных исходной и двойственной задач. Получим

$$\bar{x}_{\text{опт}} = (20/45, 11/45, 14/45).$$

Таким образом, туристическая фирма на ярмарке должна придерживаться стратегии $\bar{x}_{\text{опт}} = (20/45, 11/45, 14/45)$, при этом она получит доход не менее $v = 196/45$ ден. ед.

Контрольные вопросы:

1. Математические игры при разрешении конфликтных ситуаций в туристической отрасли.
2. Сущность теории Шпрага-Гранди.
3. Решение матричных игр с применением информационно-коммуникационных технологий

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.

2. Рябушко, А.П.Высшая математика: теория и задачи:учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, –Минск, Вышейшая школа. –2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.

3. Кастрица,О. А.Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица,О. А. – 4-е изд.,стер. – Минск : Новое знание; М.:ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.

4. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств…: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

5. Использование информационных технологий в курсе вузовской математики : учеб.-метод. пособие : в 3 ч. / Г. Г. Расолько [и др.]. – Минск : БГУ, 2010. – 856 с.

6. Буснюк, Н.Н.Математическое моделирование: учеб. пособие / Н.Н. Буснюк, А.А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.: ил.

Тема 10 (4.2.) СТРАТЕГИИ И ТАКТИКИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХ ПРОТИВОДЕЙСТВУЮЩИХ СТОРОН ТУРИСТИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ

Вопросы для обсуждения:

1. Решение матричных игр двух лиц с нулевой суммой..
2. Принцип минимакса.
3. Решение и геометрическая интерпретация игр 2 х 2.
4. Решение игр 2 х n и m х 2.
5. Сведение матричных игр двух противодействующих сторон к задачам линейной оптимизации.

Подавляющее большинство социально-экономических решений приходится принимать с учетом противоречивых интересов, относящихся либо к различным лицам или организациям, либо к различным аспектам рассматриваемого явления, либо к тому и другому. В таких случаях невозможно применить традиционные методы оптимизации. В обычных экстремальных задачах речь идет о выборе решения одним лицом, и результат решения зависит от этого выбора, то есть определяется действиями только одного лица. В такую схему не укладываются ситуации, где решения, оптимальные для одной стороны, совсем не оптимальны для другой и результат решения зависит от всех конфликтующих сторон.

Рассмотрим простейшую математическую модель конечной конфликтной ситуации, когда имеются два участника и когда выигрыш одного равен проигрышу другого. Такая модель называется *антагонистической игрой двух лиц с нулевой суммой.*

В игре участвуют первый и второй игроки, каждый из них может записать независимо от другого цифры 1, 2 и 3. Если разность между цифрами, записанными игроками, положительна, то первый игрок выигрывает количество очков, равное разности между цифрами, и, наоборот, если разность отрицательна, то выигрывает второй игрок. Если разность равна нулю, то игра заканчивается вничью.

У первого игрока три стратегии (варианта действия): A_1 (записать 1), A_2 (записать 2), A_3 (записать 3); у второго игрока также три стратегии: B_1, B_2, B_3 .

	$B_1 = 1$	$B_2 = 2$	$B_3 = 3$
$A_1 = 1$	0	−1	−2
$A_2 = 2$	1	0	−1
$A_3 = 3$	2	1	0

Задача первого игрока — максимизировать свой выигрыш. Задача второго игрока — минимизировать свой проигрыш или минимизировать выигрыш первого игрока.

Игру можно представить в виде матрицы, в которой строки — стратегии первого игрока, столбцы — стратегии второго игрока, а элементы матрицы — выигрыши первого игрока. Такую матрицу называют *платежной.*

Для данного примера платежная матрица имеет вид

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{3\times 3}.$$

В общем случае парную игру с нулевой суммой можно записать платежной матрицей

$$(a_{ij})_{m\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}.$$

Задача каждого из игроков — найти наилучшую стратегию игры, при этом предполагается, что противники одинаково разумны и каждый из них делает все, чтобы получить наибольший доход.

Найдем наилучшую стратегию первого игрока: минимальное число а„ в каждой строке обозначим α_i ($i = \overline{1,m}$),

$$\alpha_i = \min_j a_{ij}.$$

Зная α_i, т.е. минимальные выигрыши при различных стратегиях A_i, первый игрок выберет ту стратегию, для которой α_i максимально. Обозначим это максимальное значение через α, тогда

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij}.$$

Величина α — гарантированный выигрыш, который может обеспечить себе первый игрок, — называется нижней ценой игры *(максимином).*

Аналогично для определения наилучшей стратегии второго игрока найдем максимальные значения выигрыша по столбцам и, выбрав из них минимальное значение, получим

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij},$$

где *β — верхняя цена игры (минимакс).*

Если второй игрок будет придерживаться своей минимаксной стратегии, то он гарантирован, что в любом случае проиграет не больше *β*.

Для матричной игры справедливо неравенство

$\alpha \leqslant \beta.$

Если $\alpha = \beta$, то такая игра называется *игрой с седловой точкой,* а пара оптимальных стратегий ($A_{i\text{опт}}$, $B_{j\text{опт}}$) — седловой точкой матрицы. В этом случае элемент $\alpha_{ij} = v$ называется *ценой игры,* является одновременно минимальным в i-й строке и j-м столбце. Если игра имеет седловую точку, то говорят, что она решается в чистых стратегиях.

Найдем решение игры рассмотренного выше примера:

$\alpha = \max \alpha_i = \max(-2, -1, 0) = 0,$

$\alpha = \alpha_3$ — нижняя цена игры;

$\beta = \min \beta_j = \min(2, 1, 0) = 0,$

$\beta = \beta_3$ — верхняя цена игры.

Так как $\alpha = \beta = 0$, матрица игры имеет седловую точку.

Оптимальная стратегия первого игрока — A_3, второго — B_3. Из табл. 31.1 видно, что отклонение первого игрока от оптимальной стратегии уменьшает его выигрыш, а отклонение второго игрока от B_3 увеличивает его проигрыш.

Если платежная матрица не имеет седловой точки, т.е. $\alpha < \beta$, то поиск решения игры приводит к применению сложной стратегии, состоящей в случайном применении двух и более стратегий с определенными частотами. Такая сложная стратегия называется *смешанной.*

В игре, матрица которой имеет размерность m х n, стратегии первого игрока задаются наборами вероятностей $\overline{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$, с которыми игрок применяет свои чистые стратегии. Эти наборы можно рассматривать как m-мерные векторы, для координат которых

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = 1, \quad x_i \geqslant 0, \quad i = \overline{1, m}.$$

Аналогично для второго игрока наборы вероятностей определяют n-мерные векторы $\bar{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$, для координат которых

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = 1, \quad y_j \geqslant 0, \quad j = \overline{1, n}.$$

Выигрыш второго игрока при использовании смешанных стратегий определяют как математическое ожидание выигрыша, т.е. он равен

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_i y_j.$$

В основной теореме теории игр утверждается, что каждая конечная игра имеет, по крайней мере, одно решение, возможно, в области смешанных стратегий.

Применение оптимальной стратегии позволяет получить выигрыш, равный цене игры: $a \le v \le b$.

Применение первым игроком оптимальной стратегии $x_{i\text{опт}}$ должно обеспечить ему при любых действиях второго игрока выигрыш не меньше цены игры. Поэтому выполняется соотношение

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_{i\text{опт}} \geqslant \nu.$$

Аналогично второму игроку оптимальная стратегия $y_{j\text{опт}}$ должна обеспечить при любых стратегиях первого игрока проигрыш, не превышающий цену игры, т.е. справедливо соотношение

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_{j\text{опт}} \leqslant \nu.$$

Если платежная матрица не содержит седловой точки, то задача определения смешанной стратегии тем сложнее, чем больше размерность матрицы. Поэтому матрицы большой размерности целесообразно упростить, уменьшив их размерность путем вычеркивания дублирующих (одинаковых) и заведомо невыгодных стратегий. Рассмотрим игру, представленную платежной матрицей

$$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 & 4 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 6 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}_{4\times 5}.$$

Откуда имеем

$$\alpha = \max(2, 2, 3, 2) = 3,$$
$$\beta = \min(7, 6, 6, 4, 5) = 4,$$
$$\alpha \neq \beta.$$

Все элементы A_2 меньше A_3, т.е. A_3 заведомо невыгодна для первого игрока и A_2 можно исключить. Все элементы A_4 меньше A_3, исключаем A_4.

Для второго игрока: сравнивая B_1 и B_4, исключаем B_1; сравнивая B_2 и B_4, исключаем B_2; сравнивая B_3 и B_4, исключаем B_3. В результате преобразований получим матрицу

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

Решение матричной игры 2×2.

Начнем рассмотрение методов нахождения оптимальных смешанных стратегий с простейшей игры, описываемой платежной матрицей

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}.$$

Пусть смешанные стратегии игроков имеют вид:

$$S_1=\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ p_1 & p_2 \end{pmatrix}, \quad S_2=\begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ q_1 & q_2 \end{pmatrix}.$$

Оптимальные стратегии p_1^0 и p_2^0 = 1 - p_1^0 и цена игры ν должны удовлетворять условиям:

$$\begin{cases} a_{11}p_1+a_{21}p_2=v, \\ a_{21}p_1+a_{22}p_2=v, \end{cases}$$

или

$$a_{11}p_1+a_{21}(1-p_1) \quad a_{12}p_1+a_{22}(1-p_1).$$

Откуда получаем следующее решение матричной игры:

$$\begin{cases} p_1^0=\dfrac{a_{22}-a_{21}}{a_{11}+a_{22}-(a_{12}+a_{21})}, \\ p_2^0=1-p_1^0=\dfrac{a_{11}-a_{12}}{a_{11}+a_{22}-(a_{11}+a_{21})}, \quad (1.1) \\ v\,a_{11}p_1^0+a_{21}p_2^0=\dfrac{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}{a_{11}+a_{22}-(a_{12}+a_{21})}. \end{cases}$$

Вычислив оптимальное значение ν, можем вычислить и оптимальную смешанную стратегию второго игрока из условия $a_{11}q_1+a_{12}q_2=v,$ или $a_{11}q_1+a_{12}(1-q_1)=v.$ А именно:

$$q_1^0=\frac{v-a_{12}}{a_{11}-a_{12}},\ q_2^0\,1-q_1^0=\frac{a_{11}-v}{a_{11}-a_{12}}, \ (1.2)$$

При $a_{11}\neq a_{12}$.

Графическое решение игр вида (2 x *n*) и (*m* x 2)

Графический метод применим к играм, в которых хотя бы один игрок имеет только две стратегии. Рассмотрим игру (2 x *n*).

		Второй игрок			
		y_1	y_2	...	y_n
Первый игрок	x_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
	$x_2=1-x_1$	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}

Предполагаем, что игра не имеет седловой точки.

Обозначим: x_1 — вероятность применения первым игроком 1-й стратегии, x_2 — вероятность применения первым игроком 2-й стратегии, причем x_2 = 1 — x_1; y_1 — вероятность применения вторым игроком 1-й стратегии, y_2 —

вероятность применения вторым игроком 2-й стратегии и т.д., y_n — вероятность применения вторым игроком n-й стратегии.

Ожидаемый выигрыш первого игрока при применении вторым 1-й стратегии составит

$$a_{11}x_1 + a_{21}x_2 = a_{11}x_1 + a_{21}(1 - x_1) =$$
$$= a_{11}x_1 + a_{21} - a_{21}x_1 = (a_{11} - a_{21})x_1 + a_{21}.$$

Аналогично найдем ожидаемые выигрыши первого игрока при применении вторым игроком 2, 3, ..., n-й стратегий. Полученные данные поместим в табл. 31.3.

Чистые стратегии второго игрока	**Ожидаемые выигрыши первого игрока**
1	$(a_{11} - a_{21})x_1 + a_{21}$
2	$(a_{12} - a_{22})x_1 + a_{22}$
...	...
n	$(a_{1n} - a_{2n})x_1 + a_{2n}$

Из таблицы видно, что ожидаемый выигрыш первого игрока линейно зависит от x_1. На оси X_1 построим выражения ожидаемых выигрышей первого игрока.

Первый игрок должен выбирать такие стратегии, чтобы максимизировать свой минимальный ожидаемый выигрыш. Поэтому оптимальная стратегия первого игрока определяется как точка пересечения прямых, максимизирующих его минимальный ожидаемый выигрыш.

Аналогично находим оптимальную стратегию второго игрока. Она определяется как точка пересечения прямых, минимизирующих его максимальные ожидаемые проигрыши.

Платёжная матрица, чистые стратегии, цена игры

В матричной игре её правила определяет платёжная матрица.

Рассмотрим игру, в которой имеются два участника: первый игрок и второй игрок. Пусть в распоряжении первого игрока имеется m чистых стратегий, а в распоряжении второго игрока - n чистых стратегий. Поскольку рассматривается игра, естественно, что в этой игре есть выигрыши и есть проигрыши.

В платёжной матрице элементами являются числа, выражающие выигрыши и проигрыши игроков. Выигрыши и проигрыши могут выражаться в пунктах, количестве денег или в других единицах.

Составим платёжную матрицу:

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Если первый игрок выбирает i-ю чистую стратегию, а второй игрок - j-ю чистую стратегию, то выигрыш первого игрока составит aij единиц, а проигрыш второго игрока - также aij единиц.

Так как $a$ij + (- $a$ij) = 0, то описанная игра является матричной игрой с нулевой суммой.

Простейшим примером матричной игры может служить бросание монеты. Правила игры следующие. Первый и второй игроки бросают монету и в результате выпадает "орёл" или "решка". Если одновременно выпали "орёл" и "орёл" или "решка" или "решка", то первый игрок выиграет одну единицу, а в других случаях он же проиграет одну единицу (второй игрок выиграет одну единицу). Такие же две стратегии и в распоряжении второго игрока. Соответствующая платёжная матрица будет следующей:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача теории игр - определить выбор стратегии первого игрока, которая гарантировала бы ему максимальный средний выигрыш, а также выбор стратегии второго игрока, которая гарантировала бы ему максимальный средний проигрыш.

Выбор стратегии в матричной игре?

Вновь посмотрим на платёжную матрицу:

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Сначала определим величину выигрыша первого игрока, если он использует i-ю чистую стратегию. Если первый игрок использует i-ю чистую стратегию, то логично предположить, что второй игрок будет использовать такую чистую стратегию, благодаря которой выигрыш первого игрока был бы минимальным. В свою очередь первый игрок будет использовать такую чистую стратегию, которая бы обеспечила ему максимальный выигрыш. Исходя из этих условий выигрыш первого игрока, который обозначим как $v1$, называется ***максиминным выигрышем*** или ***нижней ценой игры***.

При решении задач на цену игры и определение стратегии для этих величин у первого игрока следует поступать следующим образом. Из каждой строки выписать значение минимального элемента и уже из них выбрать максимальный. Таким образом, выигрыш первого игрока будет максимальным из минимальных. Отсюда и название - максиминный выигрыш. Номер строки этого элемента и будет номером чистой стратегии, которую выбирает первый игрок.

Теперь определим величину проигрыша второго игрока, если он использует *j*-ю стратегию. В этом случае первый игрок использует такую свою чистую стратегию, при которой проигрыш второго игрока был бы максимальным. Второй игрок должен выбрать такую чистую стратегию, при которой его проигрыш был бы минимальным. Проигрыш второго игрока, который обозначим как *v*2, называется ***минимаксным проигрышем*** или ***верхней ценой игры***.

При решении задач на цену игры и определение стратегии для определения этих величин у второго игрока следует поступать следующим образом. Из каждого столбца выписать значение максимального элемента и уже из них выбрать минимальный. Таким образом, проигрыш второго игрока будет минимальным из максимальных. Отсюда и название - минимаксный выигрыш. Номер столбца этого элемента и будет номером чистой стратегии, которую выбирает второй игрок. Если второй игрок использует "минимакс", то независимо от выбора стратегии первым игроком, он проиграет не более v2 единиц.

Сведение матричной игры к задаче линейного программирования

Для того, чтобы решить матричную игру в смешанных стратегиях, нужно составить прямую задачу линейного программирования и двойственную ей задачу. В двойственной задаче расширенная матрица, в которой хранятся коэффициенты при переменных в системе ограничений, свободные члены и коэффициенты при переменных в функции цели, транспонируется. При этом минимуму функции цели исходной задачи ставится в соответствие максимум в двойственной задаче.

Функция цели в прямой задаче линейного программирования:

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} x_j \to \max .$$

Система ограничений в прямой задаче линейного программирования:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le 1 \quad (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m)$$

$$x_j \ge 0 \quad (j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

Функция цели в двойственной задаче:

$$g(y) = \sum_{i=1}^{m} y_i \to \min .$$

Система ограничений в двойственной задаче:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i \ge 1 \quad (j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

$$y_i \ge 0 \quad (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m)$$

Оптимальный план прямой задачи линейного программирования обозначим

$$x^* = (x_1^*;\ x_2^*;\ \ldots,\ x_n^*)^T ,$$

а оптимальный план двойственной задачи обозначим

$$y^* = (y_1^*;\ y_2^*;\ \ldots,\ y_m^*)$$

Линейные формы для соответствующих оптимальных планов обозначим $f(x^*)$ и $g(y^*)$,

а находить их нужно как суммы соответствующих координат оптимальных планов.

В соответствии определениям предыдущего параграфа и координатами оптимальных планов, в силе следующие смешанные стратегии первого и второго игроков:

$$p^* = (p_1^*;\ p_2^*;\ \dots;\ p_m^*),$$

$$q^* = (q_1^*;\ q_2^*;\ \dots;\ q_n^*)^T.$$

Математики-теоретики доказали, что ***цена игры*** следующим образом выражается через линейные формы оптимальных планов:

$$V = \frac{1}{f(x^*)} = \frac{1}{g(y^*)},$$

то есть является величиной, обратной суммам координат оптимальных планов.

Следует использовать эту формулу для решения матричных игр в смешанных стратегиях. Как и *формулы для нахождения оптимальных смешанных стратегий* соответственно первого и второго игроков:

$$p^* = V \bullet y^*,$$

$$q^* = V \bullet x^*,$$

в которых вторые сомножители - векторы. Оптимальные смешанные стратегии также, как мы уже определили в предыдущем параграфе, являются векторами. Поэтому, умножив число (цену игры) на вектор (с координатами оптимальных планов) получим также вектор.

Контрольные вопросы:

1. Знать решение матричных игр двух лиц с нулевой суммой..
2. Знать принцип минимакса.
3. Знать решение и геометрическая интерпретация игр 2 х 2.
4. Знать решение игр 2 х n и m х 2.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.

2. Рябушко, А.П.Высшая математика: теория и задачи:учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, –Минск, Вышейшая школа. –2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.

3. Кастрица,О. А.Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица,О. А. – 4-е изд.,стер. – Минск : Новое знание; М.:ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.

4. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств…: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

5. Использование информационных технологий в курсе вузовской математики : учеб.-метод. пособие : в 3 ч. / Г. Г. Расолько [и др.]. – Минск : БГУ, 2010. – 856 с.
6. Буснюк, Н.Н.Математическое моделирование: учеб. пособие / Н.Н. Буснюк, А.А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.: ил.