

Тема 1. Матрицы. Определители.

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Понятие матрицы.
2. Виды матриц.
3. Операции сложения, умножения матрицы на число, умножения матриц.
4. Понятие транспонирования матрицы.
5. Понятие обратной матрицы и схема её нахождения.
6. Понятие ранга матрицы.
7. Понятие определителя первого, второго, третьего порядков.
9. Правила нахождения определителей второго, третьего.
10. Свойства определителей.

Задания для решения.

1. Найдите сумму матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Выполнить умножение матрицы на число:

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Найдите $2A + 3B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Найдите произведения AB и BA (если это возможно).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

5. Найти произведения матриц, если это возможно.

$$\bullet \quad (4 \ 0 \ -2 \ 3 \ 1); \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Найти матрицу A^T , если

$$\bullet \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix},$$

$$\bullet \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислите определитель второго порядка: $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}$

8. Вычислите определитель третьего порядка: $\begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 6 \end{vmatrix}.$

9. Вычислить определитель третьего порядка: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ (разложением по первой строке).

10. Найти матрицу, обратную к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

11. Найти матрицу, обратную к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

Задания для самостоятельной работы

1. Найдите $2A - B$, если $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$

2. Найдите произведение AB матриц

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислите определитель третьего порядка:

а) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & -5 \\ 2 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 3 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 6 & 4 & 2 \\ 4 & -1 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \end{vmatrix}$

4. Проверьте, что матрица $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ является обратной к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}.$

5. Найдите A^{-1} для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Гусак, А. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: справочное пособие к решению задач / А. А. Гусак. – Минск, ТетраСистемс, 1998. – 228 с.
4. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
5. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск, Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.
6. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств...: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений и их исследование как моделей в сфере туризма и гостеприимства

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Матричный способ решения системы уравнений (метод обратной матрицы).

2. Метод Крамера решения систем уравнений.

3. Метод Гаусса решения систем уравнений.

4. Понятие однородных систем уравнений.

5. Теорема Кронекера-Капелли.

1. Решите систему уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} x - y = -1, \\ 2x + y = 7. \end{cases}$$

2. Решите систему линейных уравнений, заданную расширенной матрицей

$$\left(\begin{array}{cc|c} 4 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 8 \end{array} \right)$$

3. Решите систему уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 2x - 4y + z = 3, \\ x - 5y + 3z = -1, \\ x - y + z = 1. \end{cases}$$

4. Решите системы линейных уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 6x_1 - x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

5. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 9, \\ 7x_1 + 8x_2 = -6. \end{cases}$$

Задания для самостоятельной работы

1. Решите систему $\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 19, \\ 7x_1 + 8x_2 = 1 \end{cases}$ методом Крамера.

2. Решите систему линейных уравнений, заданную расширенной матрицей.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \end{array} \right)$$

3. Решите систему уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 = -6, \\ 3x_1 + 10x_2 + 8x_3 = -8. \end{cases}$$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А. А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Гусак, А. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: справочное пособие к решению задач / А. А. Гусак. – Минск, ТетраСистемс, 1998. – 228 с.
4. Рябушко, А. П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
5. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О. А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.
6. Травин В. В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств...: учеб. пособие / В. В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

Тема 3. Системы координат. Понятие вектора. Произведения векторов

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Понятие вектора.
2. Понятие единичного и нулевого вектора.
3. Модуль вектора, формула расстояния между двумя точками.
4. Понятие коллинеарности векторов.
5. Линейные операции над векторами.
6. Понятие проекции вектора на ось.
7. Скалярное, векторное произведение векторов.

1. Даны векторы $\vec{a} = (2, -2, 4)$, $\vec{b} = (0, -3, 1)$. Найти сумму, разность векторов.

$$(\vec{a} + \vec{b}) = (2 + 0, -2 + (-3), 4 + 1) = (2, -5, 5)$$

$$(\vec{a} - \vec{b}) = (2 - 0, -2 - (-3), 4 - 1) = (2, 1, 3)$$

2. Дан вектор $\vec{a} = (2, -2, 4)$. Найти $\vec{c} = 2\vec{a}$.

$$\vec{c} = 2\vec{a} = (2 \cdot 2, 2 \cdot (-2), 2 \cdot 4) = (4, -4, 8)$$

3. Найти координаты вектора $\overrightarrow{M_1M_2}$, если $M_1(1, 3, 5)$, $M_2(3, 7, 6)$

$$\overrightarrow{M_1M_2} = (3 - 1, 7 - 3, 6 - 5) = (2, 4, 1)$$

4. Найти длину вектора $\vec{a} = (2, -2, 4)$.

5. Даны две точки $A_1(3; -4; 1)$ и $A_2(4; 6; -3)$. Найдите координаты и длину вектора $\vec{a} = \overrightarrow{A_1A_2}$.

6. Векторы $\vec{a} = (10, p, 4)$, $\vec{b} = (q - 2, 6, 2)$ коллинеарны. Найдите сумму $p + q$

5. Вычислить периметр треугольника с вершинами в точках $A(-1, -3)$, $B(2, -3)$, $C(2, 1)$.

6. Доказать, что треугольник с вершинами $A(4, 3)$, $B(8, 6)$, $C(5, 2)$ равнобедренный.

7. Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a} = (2, -2, 4)$, $\vec{b} = (0, -3, 1)$

8. Бизнесмен имеет в каждом из пяти районов города по 40 компьютерных клубов, стоимость часа работы компьютеров различна в зависимости от их марки и сведена в таблицу для одного клуба (за час работы за одним компьютером \vec{b}) Какую прибыль имеет бизнесмен за час работы по городу?

Количество компьютеров \vec{a}	20	40	30
Стоимость за 1 час работы \vec{b} (усл. ед.)	0,3	0,4	0,5

9.Фирма продаёт тур в Болгарию по ценам, которые характеризуются вектором $\mathbf{p} = (10; 21; 15; 17)$, а объёмы продаж по регионам определяются вектором $\mathbf{q} = (300; 150; 100; 180)$. Найти прибыль фирмы, если издержки на реализацию *составляют 1000 ден. ед.*

10.Найти векторное произведение векторов.

$$\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{b} = 8\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$$

11. Вычислить площадь равностороннего треугольника, две вершины которого находятся в точках $A(-3, -5)$ и $B(5, 3)$

12. В треугольнике ABC вершины имеют координаты $A(1,1,-1)$, $B(2,3,1)$, $C(3,2,1)$. Найти длины сторон. Вычислить площадь треугольника.

13. Показать, что четырехугольник с вершинами $A(-5,3,4)$, $B(-1,-7,5)$, $C(6,-5,-3)$ и $D(2,5,-4)$ есть квадрат.

Задания для самостоятельной работы

1. Найдите координаты вектора $4\vec{a} - 5\vec{b} + 7\vec{c}$, если $\vec{a} = (-1;4;3)$, $\vec{b} = (3;7;10)$, $\vec{c} = (5;6;7)$.
2. Определите внутренний угол при вершине A в треугольнике ABC с вершинами $A(2;-1;3)$, $B(1;1;1)$, $C(0;0;5)$.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Гусак, А. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: справочное пособие к решению задач / А. А. Гусак. – Минск, ТетраСистемс, 1998. – 228 с.
4. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, –Минск, Высшая школа. –2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
5. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.:ИНФРА –М, 2015. – 491 с.: ил.
6. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств...: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

Тема 4. Различные виды уравнений прямой на плоскости

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Общее уравнение прямой.
2. Понятие направляющего и нормального вектора прямой.
3. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
4. Уравнение прямой в отрезках.
5. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
6. Уравнение прямой, проходящей через данную точку с заданным нормальным вектором.
7. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
8. Уравнение прямой, проходящей через данную точку с заданным направляющим вектором.
9. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
10. Расстояние от точки до прямой.

Задача 1. Дана прямая $5y - 3x - 2 = 0$. Выпишите её вектор нормали, найдите угловой коэффициент.

Задача 2. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки:

а) $A(0;2)$, $B(-3;7)$; б) $A(2;1)$, $B(4;1)$.

Задача 3. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $(-2;3)$ параллельно прямой $x - 2y + 15 = 0$.

Задача 4. Найдите расстояние от точки $M_0(-2;3)$ до прямой $4x - 3y - 5 = 0$.

Задача 5. Найти расстояние от точки $M_0(x;y)$ до прямой $2x - y - 1 = 0$
 $M_0(-1;2)$

Задача 6. Вычислите угол между прямыми

а) $y = -\frac{1}{5}x + \frac{3}{5}$ и $y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$;

б) $2x - 3y + 10 = 0$ и $5x - y + 4 = 0$;

в) $y = \frac{3}{4}x - 2$ и $8x + 6y + 5 = 0$.

Задача 7. Выберите из прямых I – V параллельные и перпендикулярные.

(I) $y - 3x - 2 = 0$; (II) $2x + 6y = 0$; (III) $3x - y = 5$;

(IV) $x - 3y + 3 = 0$; (V) $x + 3y - 7 = 0$; (VI) $x + y = 2$.

Задача 8. Составьте уравнения прямых, проходящих через точку $A(2;-3)$ параллельно и перпендикулярно прямой $2y + 4x - 5 = 0$.

Задача 9. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(3;3)$, $B(-1;5)$.

Задача 10. В треугольнике с вершинами $O(0;0)$, $A(3;3)$, $B(-1;5)$ найдите уравнение стороны AB , медианы AE и высоты OK , а также длину высоты OK .

Задания для самостоятельной работы

1. Вычислить угловой коэффициент k прямой, проходящей через две точки: $A(5;-3)$, $B(-1;6)$.
2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2; -3)$ параллельно, перпендикулярно прямой $x+9y-11=0$.
3. Вычислить расстояние d от прямой $5x-12y-23=0$ до точки $A(0;-3)$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Гусак, А. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: справочное пособие к решению задач / А. А. Гусак. – Минск, ТетраСистемс, 1998. – 228 с.
4. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
5. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.
6. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств...: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

Тема 5. Линии второго порядка

Линии второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола).
Канонические уравнения линий.

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Понятие линии второго порядка.
2. Каноническое уравнение окружности.
3. Каноническое уравнение эллипса, характеристики эллипса.
4. Каноническое уравнение гиперболы, характеристики гиперболы.
5. Каноническое уравнение параболы, характеристики параболы.

Задача 5.1. Определите тип и расположение на плоскости линии, заданной уравнением $9x^2 + 4y^2 - 54x - 32y + 109 = 0$ и схематически постройте её.

Ответ: $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-4)^2}{9} = 1$ – эллипс.

Задача 5.2. Определите тип и расположение на плоскости линии, заданной уравнением $4x^2 - y^2 - 8x + 4y - 4 = 0$ и схематически постройте её.

Ответ: $\frac{(x-1)^2}{1} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ – гипербола.

Задача 5.3. Определите тип и расположение на плоскости линии, заданной уравнением $3y^2 + x - 6y - 3 = 0$ и схематически постройте её.

Ответ: $(y-1)^2 = -\frac{1}{3}(x-6)$ – парабола

Задания для самостоятельной работы

1. Определить вид поверхности и построить ее:

$$4x^2 - y^2 - 16z^2 + 16 = 0$$

2. Определить вид поверхности и построить ее:

$$x^2 - y + 9z^2 = 0$$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Гусак, А. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: справочное пособие к решению задач / А. А. Гусак. – Минск, ТетраСистемс, 1998. – 228 с.
4. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
5. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.
6. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств...: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

Тема 6. Классификация событий. Различные определения вероятности события

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Действия над событиями.
2. Соотношения между событиями.
3. Свойства вероятности.
4. Статистическое определение вероятности.
5. Геометрическое определение вероятности.
6. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
7. Формула полной вероятности.
8. Формулы Байеса.

1. При наборе номера телефона абонент забыл последнюю цифру и набрал её наугад. Найти вероятность того, что номер набран правильно.

2. В группе 5 человек. Случайным образом выбирают командира группы и его заместителя. Какова вероятность того, что руководителями выберут Алексея или Виктора?

3. В ящике 20 белых и 2 чёрных шара. Какова вероятность того, что взятый наугад шар окажется чёрным?

4. Игральная кость подброшена дважды. Какова вероятность того, что:

а) оба раза выпала шестерка;

б) по одному разу выпали тройка и пятерка;

в) хотя бы один раз выпала единица?

5. Игральная кость подброшена дважды. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков равна 9?

6. В экзаменационный билет входят три вопроса программы, состоящей из 50 вопросов. Абитуриент не знает 20 вопросов программы. Какова вероятность того, что он вытянет билет, где все вопросы ему известны?

7. Из вазы, где стоят 10 красных и 5 белых гвоздик, наугад выбирают 4 цветка. Какова вероятность того, что среди выбранных цветов окажется 2 красные и 2 белые гвоздики?

8. В магазин поступило 40 новых цветных телевизоров, среди которых 7 имеют скрытые дефекты. Наудачу отбирается один телевизор для проверки. Какова вероятность, что он не имеет скрытых дефектов?

9. 1 сентября на первом курсе одного из факультетов запланированы по расписанию три лекции из 10 различных предметов. Студент, не успевший ознакомиться с расписанием, пытается его угадать. Какова вероятность успеха в данном эксперименте, если считать, что любое расписание из трех предметов равновозможно.

(На умножение вероятностей)

Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором три вопроса.

В театральной кассе к некоторому моменту времени осталось: 1 билет в театр эстрады, 2 билета в драматический театр и 3 билета в театр комедии. Каждый очередной покупатель покупает лишь один билет с равной вероятностью в любой из возможных театров. Два человека из очереди последовательно приобрели билеты. Найти вероятности следующих событий: 1) A = «куплены билеты в разные театры»; 2) B = «куплены билеты в какой-нибудь один театр»; 3) C = «все билеты в театр эстрады распроданы»; 4) D = «билет в театр комедии куплен раньше, чем в театр эстрады».

Задания для самостоятельной работы

1. Из ящика, содержащего 20 пригодных и 5 бракованных изделий, наугад вынимают три изделия. Чему равна вероятность того, что:

- а) все изделия пригодны;
- б) пригодны лишь два изделия;
- в) пригодно лишь одно изделие;
- г) все изделия бракованы?

2. формула Байеса

Экспортно-импортная фирма собирается заключить контракт на поставку сельскохозяйственного оборудования в одну из развивающихся стран. Если основной конкурент фирмы не станет одновременно претендовать на заключение контракта, то вероятность получения контракта оценивается в 0,45; в противном случае – в 0,25. По оценкам экспертов компании вероятность того, что конкурент выдвинет свои предложения по заключению контракта, равна 0,40. Чему равна вероятность заключения контракта для этой фирмы?

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е. А. Бричкова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А. А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.
4. Виленкин, Н. Я. Комбинаторика / Н. Я. Виленкин, А. Н. Виленкин, П. А. Виленкин. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. – 400 с.
5. Рябушко, А. П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
6. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О. А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.

7. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств...: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

8. Матальцкий М.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / М.А. Матальцкий , Г.А.Хацкевич. – Минск: Вышэйшая школа, 2017. – 591 с.: ил.

Тема 7. Комбинаторика и вероятность

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Множество, подмножество, упорядоченное множество, кортеж. Основные свойства множеств.

2. Правило комбинаторного сложения и умножения.

3. Перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без повторений.

Размещения с повторениями:

1. Сколько пятизначных номеров можно составить из девяти цифр 1,2,3,4,5,6,7,8,9?

2. Сколькими способами можно разделить 6 различных конфет между тремя детьми?

3. Сколько существует пятизначных номеров, не содержащих цифру 3? Не содержащих цифр 0 и 8? Составленных из цифр 2, 3, 5, 7?

4. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9?

5. Сколькими способами можно разложить 12 различных деталей по 3 ящикам?

Размещения без повторений:

1. Сколькими способами можно выбрать из группы 40 человек, старосту, зам. старосты, профорга.

2. Сколько трехзначных чисел можно записать цифрами 1 3, 5, 7, 9, если цифры записи чисел не повторяются?

3. Сколькими способами можно посадить 7 кроликов по 10 различным клеткам, если в каждую клетку сажают не более одного кролика?

4. В цехе работают 8 токарей. Сколькими способами можно поручить трём из них изготовление трёх различных видов деталей (по одному виду на каждого)? (336)

5. В студ. совет избрано 9 человек. Из них надо выбрать председателя, его заместителя, секретаря и культорга. Сколькими способами это можно сделать?

Перестановки без повторений.

1. Сколькими способами 6 человек могут сесть на 6 стульев?

2. Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 4, 5, 7, если в каждом из этих чисел ни одна из цифр не повторяется?

3. Сколькими способами можно посадить в пятиместной машине 5 различных пассажиров?

4. Сколько перестановок можно составить из букв слова: а)линейка, б) тетрадь.

Перестановки с повторениями.

1. Сколькими способами можно расставить белые фигуры (2 коня, 2 слона, 2 ладьи, ферзя и короля) на первой линии шахматной доски?
2. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове «математика»?
3. Сколькими способами можно разложить 28 различных предметов по четырём различным ящикам, так, чтобы в каждом ящике оказалось по 7 предметов?

Сочетания без повторений:

1. Сколькими способами можно составить команду из 4 человек для соревнования по бегу, если имеются 7 бегунов?
2. Сколько различных пятиэлементных подмножеств имеет множество, состоящее из 10 различных элементов?
3. Сколькими способами можно выбрать 5 администраторов для работы на Минск Арене из группы в 15 человек?
4. Сколькими способами можно поставить на чёрные поля доски 12 белых и 12 чёрных шашек?
5. Сколькими способами можно заполнить карточки «Спортлото» (зачеркнуть 6 номеров из 49)?

Сочетания с повторениями.

1. Сколько наборов из 7 пирожных можно составить, если в продаже имеются 4 сорта пирожных? (120)
2. На почте к новому году продаются 10 сортов открыток. Сколькими способами можно купить 12 открыток? 8 открыток? Сколькими способами можно купить 8 различных открыток?

Правило сложения и правило умножения комбинаций

1. Студенческая группа состоит из 23 человек, среди которых 10 юношей и 13 девушек. Сколькими способами можно выбрать 2-х человек одного пола?
2. Сколько существует трёхзначных чисел, которые делятся на 5?

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.
4. Виленкин, Н. Я. Комбинаторика / Н. Я. Виленкин, А. Н. Виленкин, П. А. Виленкин. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. – 400 с.
5. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
6. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.
7. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств...: учеб. пособие / В.В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.
8. Матальцкий М.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / М.А. Матальцкий , Г.А. Хацкевич. – Минск: Высшая школа, 2017. – 591 с.: ил.

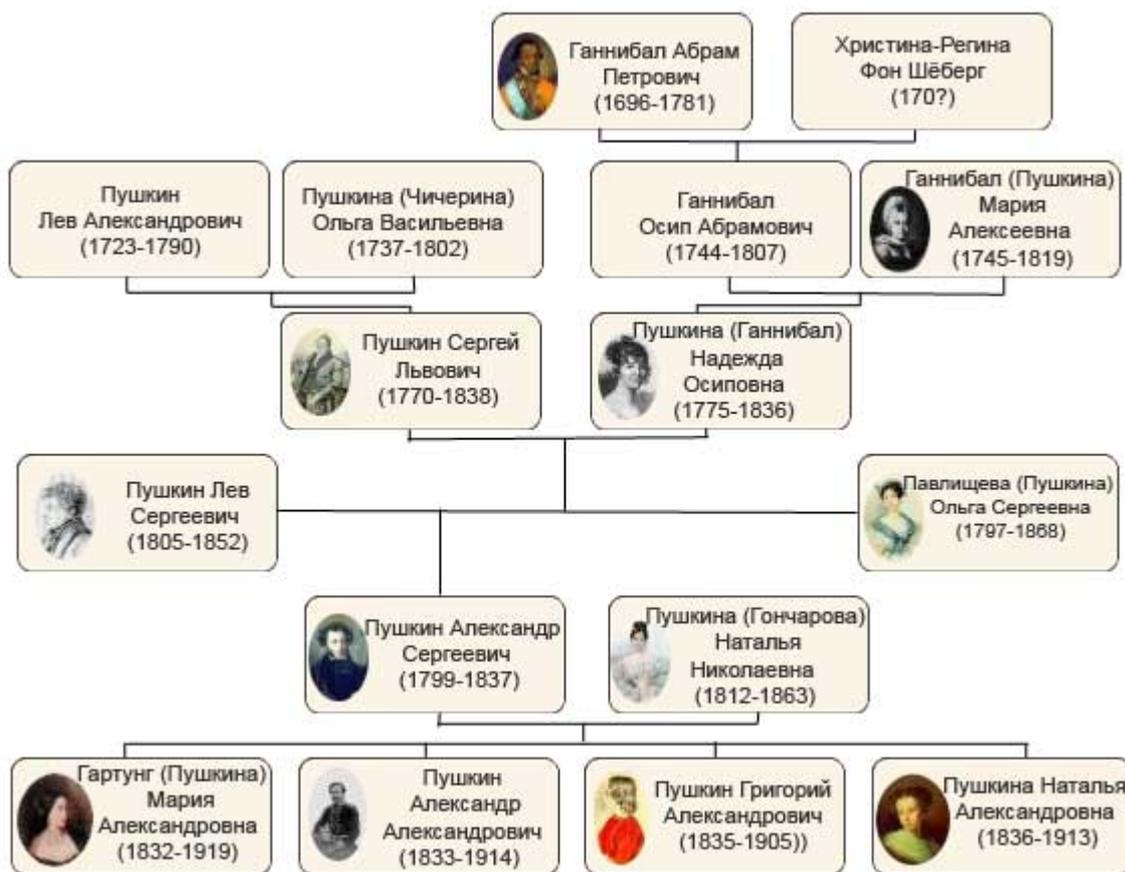
Тема 8. Основные понятия теории графов

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Основные понятия теории графов.
2. Ориентированные графы.
3. Эйлеровы графы.
4. Дерево решений.

Построить графы к следующим задачам:

1. Сколькими способами можно посадить в ряд на 3 стула 3 студентов? Выписать все возможные случаи.
2. На небольшом предприятии каждый рабочий имеет по 2 специальности. Всего специальностей 4, причем на каждой специальности занято по 3 рабочих. Сколько рабочих на предприятии? Изобразите решение в виде графа.
3. В студенческой столовой на первое можно заказать борщ, щи, рыбный или гороховый суп, на второе – курицу, рыбу или котлету, а на третье - сок, чай или компот. Сколько вариантов обеда можно получить из указанных блюд?
4. В стране 15 городов, каждый соединен дорогами не менее чем с 7-ю другими. Докажите, что из любого города можно проехать в любой другой либо напрямую, либо через один промежуточный город.
5. Сколько различных обедов П.И. Чичиков мог насчитать из блюд, выставленных на столе у П.П. Петуха, если бы на каждый обед выбирать только одно первое блюдо и одно второе блюдо? На столе у П.П. Петуха на этот раз выставлены из холодных блюд студень с хреном, свежая икра, свежепросоленная белужина; на первое блюдо – уха из стерлядей, щи с грибами; на второе – осетрина жареная, телянок, жареный на вертеле.
6. В спортивном зале собрались Витя, Коля, Петя, Сережа и Максим. Каждый из мальчиков знаком только с двумя другими. Кто с кем знаком.
7. На рисунке представлено генеалогическое дерево великого русского поэта А.С.Пушкина.

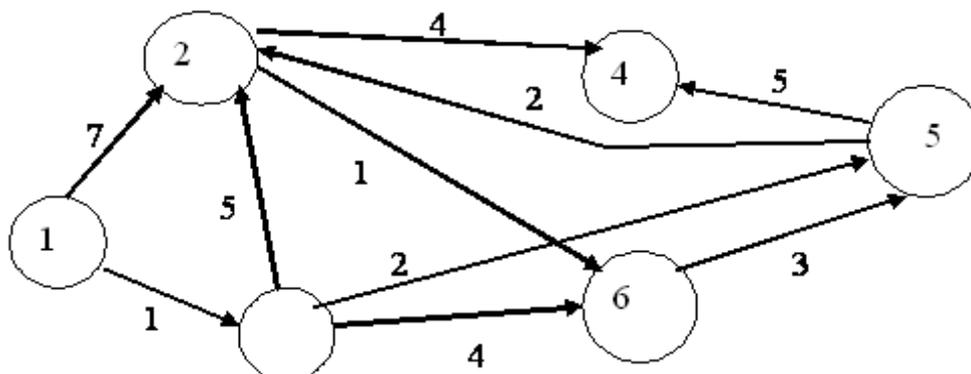


Составьте генеалогическое дерево своей семьи.

Задания для самостоятельной работы

1. Составьте образец графа – схема минского метро, где :
 вершины – конечные станции и станции пересадок, ребра – пути,
 соединяющие эти станции.

2. **Задача о кратчайшем пути.** Как кратчайшим путем попасть из одной вершины графа в другую? В терминах производственного менеджмента: как кратчайшим путем (и, следовательно, с наименьшим расходом топлива и времени, наиболее дешево) попасть из пункта А в пункт Б? Для решения этой задачи каждой дуге ориентированного графа должно быть сопоставлено число - время движения по этой дуге от начальной вершины до конечной.



СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А. А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.
4. Виленкин, Н. Я. Комбинаторика / Н. Я. Виленкин, А. Н. Виленкин, П. А. Виленкин. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. – 400 с.
5. Рябушко, А. П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
6. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О. А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.
7. Травин В. В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств...: учеб. пособие / В. В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.
8. Матальцкий М. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / М. А. Матальцкий, Г. А. Хацкевич. – Минск: Высшая школа, 2017. – 591 с.: ил.

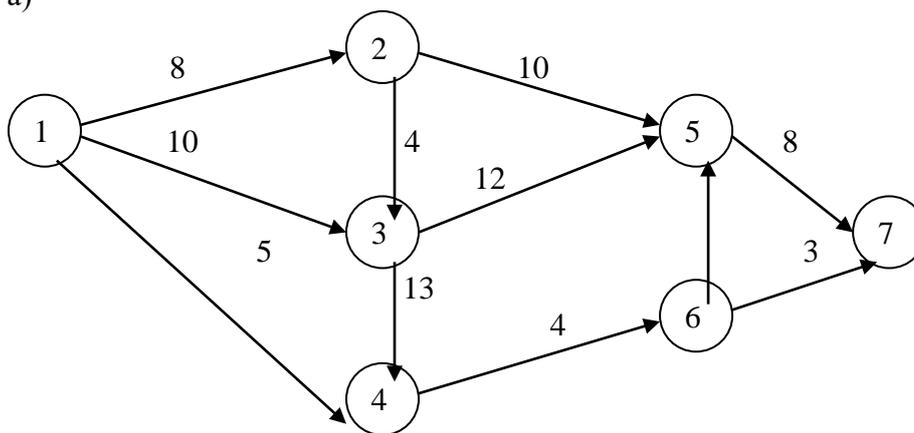
Тема 9. Приложения теории графов в сфере туризма и гостеприимства

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

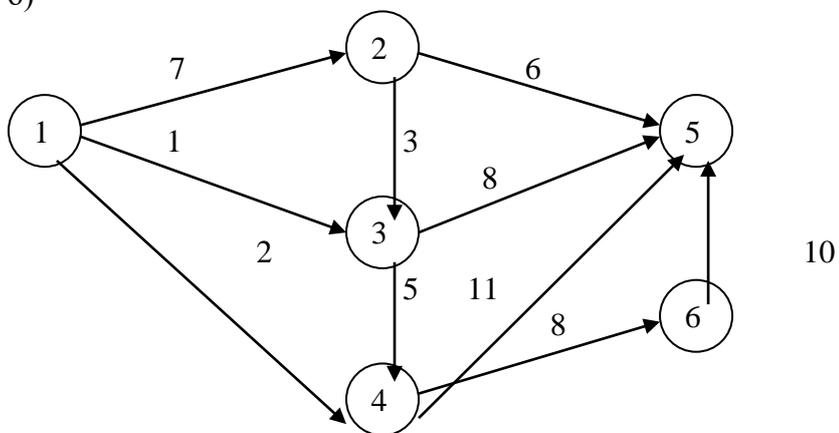
1. Примеры решения задач, приводящих к понятию графа: управление проектами, транспортные задачи, модели коллективов и групп.

1. На сети дорог найти кратчайший маршрут из начального пункта в конечный.

а)



б)



2. В связи с плохой погодой задерживаются четыре рейса самолетов – в Варшаву, Лондон, Париж и Берлин. Командиры самолетов высказали пожелания, чтобы рейс в Варшаву был первым или вторым, в Лондон – вторым или третьим, в Париж – третьим или четвертым, а в Берлин – первым или четвертым. Можно ли удовлетворить пожеланиям летчиков? Если да, то перечислите возможные варианты вылетов.

3. Составь туристический маршрут, посетив города: Варшава, Берлин, Париж, Лондон, начиная свой путь из Минска.

Выбери самый короткий путь, если расстояние:

- от Минска до Варшавы – 546 км,
- от Минска до Берлина – 1046 км,
- от Минска до Парижа – 1946 км,
- от Минска до Лондона – 1946 км,
- от Варшавы до Берлина – 500 км,
- от Варшавы до Парижа – 1300 км,
- от Варшавы до Лондона – 1500 км ,
- от Берлина до Парижа – 900 км,
- от Берлина до Лондона – 900 км,
- от Парижа до Лондона – 300 км.

Сколько вариантов маршрутов может быть?

Задания для самостоятельной работы

Составьте туристический маршрут, посетив города Белоруссии начиная свой путь из Минска.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А. А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.
4. Виленкин, Н. Я. Комбинаторика / Н. Я. Виленкин, А. Н. Виленкин, П. А. Виленкин. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. – 400 с.
5. Рябушко, А. П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
6. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О. А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.
7. Травин В. В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств...: учеб. пособие / В. В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

8. Матальцкий М.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / М.А. Матальцкий , Г.А.Хацкевич. – Минск: Высшая школа, 2017. – 591 с.: ил.

Тема 10. Функции и пределы

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Понятие функции, графика функции, области определения и значений функции.

2. Понятие сложной функции.
3. Элементарные функции и их свойства.
4. Понятие предела числовой последовательности.
5. Первый и второй замечательные пределы.
6. Правила раскрытия неопределенностей.

1. Вычислите:

- $\lim_{x \rightarrow -1} (4x + 3)$.

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 1}{2x^2 - 4x + 1}$

2. Используя теоремы о пределах, найдите:

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$.

- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2 - x - 6}$

- $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 25}$

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2 - x - 6}$

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 3}{10x^2 - 3x + 2}$

- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 3x + 1}{2x^2 + 5x + 3}$ при $x_0 = 2$, $x_0 = -1$, $x_0 = \infty$

3. Используя теоремы о пределах, найдите

- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{x-1}$.

- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x} - 1}{\sqrt{5-x} - 2}$

- $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$

4. Вычислите предел функции, используя первый и второй замечательные пределы:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3x^2(x-1)}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-1} \right)^{2-5x}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{2x+3}$

5. Формула вычисления конечной величины начальной суммы k через n лет в случае, если удельная процентная ставка есть i , а проценты начисляются m раз в году. Вычислим сумму k_n , если начисление процентов происходит непрерывно, т.е. $m \rightarrow \infty$.

$$k_n = \lim_{m \rightarrow \infty} k \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} = k \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n}$$

Задания для самостоятельной работы

Вычислить пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 3x + 1}{x^3 - 1}$

б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x \cdot \sin^2 x}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-3} \right)^{5x}$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. / А.П. Рябушко, Т.А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
4. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА –М, 2015. – 491 с.: ил.

Тема 11. Производные и дифференциалы

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Производная функции, её геометрический и механический смысл.
2. Основные правила нахождения производной. Дифференциал функции.
3. Производная сложной функции.
4. Применение производных к нахождению наибольших и наименьших значений.
5. Правило Лопиталя и его использование для раскрытия неопределенностей.

1. Найдите производную функции $y = x^3 - \frac{1}{5}x^2 + 2x - 4$.

2. Найдите производную функции

$$y = 5\sqrt[3]{x^2} + \frac{x^2}{7} + \frac{7}{x^2} - \frac{6}{\sqrt{x}} - 3x + 10$$

3. Найдите производную функции $f(x) = 2x^2 + 1$ в точке $x_0 = 1$.

4. Найдите производную функции $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1}$.

5. Найдите производную функции $y = 3^x \cdot (x^4 - 3x + 10)$.

6. Найдите производную функции $y = \sin(5x)$.

7. Найдите производную функции $y = \sin(3x^2 + 6x - 2)$.

8. Найдите производную функции $y = \ln\left(\frac{5}{x^3} - 3\sqrt[4]{x^5} - x + 7\right)$.

9. Найдите производную функции $y = \frac{1}{(x^2 - 1)^4}$.

10. Найдите производную функции $y = \ln \arcsin 6x$.

11. Найдите предел, используя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x - 10}{x^3 - 3x - 2}$.

12. Найдите предел, используя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$.

13. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 6$ на отрезке $[-2; 2]$

Задания для самостоятельной работы

1. Найдите в точке $x=0$ производную функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{3e^{4x} + 5}}$ и дифференциал функции в этой точке.

2. Найдите производную функции $f(x) = \frac{\cos 7x}{\sqrt{1-3x^4}}$.

3. Найдите производную функции $y = 3^{tgx} \cdot \sin 5x$.

4. Найдите производную функции $y = 5^{\arctg x}$.

5. Найдите дифференциал функции $y = x \cos(3x)$.

6. Вычислите пределы, используя правило Лопиталья:

7. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 1 + \ln x}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^{2x} + 1}{4e^{5x} - x}$.

8. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 3x^2$ на отрезке $[1;4]$.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.

2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.

3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. / А.П. Рябушко, Т.А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.

Тема 12. Неопределённый интеграл

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Понятие первообразной.
2. Понятие неопределенного интеграла.
3. Свойства неопределенного интеграла.
4. Таблицу неопределенных интегралов.
5. Основные методы интегрирования (метод непосредственного интегрирования, метод подстановки, метод интегрирования по частям).

1. Используя таблицу, найдите неопределенный интеграл:

- $\int x^9 dx$
- $\int 8^x dx$
- $\int \sqrt[3]{x^8} dx$
- $\int \frac{1}{x^7} dx$
- $\int \frac{\sqrt{x}}{x^5} dx$
- $\int \frac{dx}{x^2+16}$
- $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-5}}$
- $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}}$

2. Используя метод подстановки, найдите неопределенный интеграл:

- $\int (3x + 2)^5 dx$
- $\int (7 - 2x)^3 dx$
- $\int \frac{dx}{(4x+1)^4}$
- $\int \frac{dx}{(4-3x)^2}$
- $\int \sqrt[3]{(3x + 1)^2} dx$
- $\int \sqrt[3]{(4 - 3x)^2} dx$
- $\int 3\sqrt{x^3 - 1} x^2 dx$
- $\int \sqrt{4x^3 + 1} x^2 dx$

3. Используя метод интегрирования по частям, найдите неопределенный интеграл:

- $\int x \sin x dx$
- $\int x \cos x dx$
- $\int (3x + 2) \cos x dx$
- $\int (2 - 5x) e^x dx$
- $\int \ln(x - 2) dx$

Задания для самостоятельной работы

$$1. \int \frac{1}{x^2 - \frac{1}{2}} dx$$

$$2. \int \frac{x^2}{x^2 - 9} dx$$

$$3. \int (x^2 - 1) \cdot (\sqrt{x} + 4) dx$$

$$4. \int (9x + 2)^{17} dx$$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А. А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Рябушко, А. П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
4. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О. А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.
5. Травин В. В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств...: учеб. пособие / В. В. Травин – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с. : ил.

Тема 13. Определённый интеграл

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Понятие определенного интеграла.
2. Свойства определенного интеграла.
3. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Знать вычисление площадей фигур, ограниченных указанными линиями
5. Знать вычисление пути, пройденное телом.

1. Вычислите определенные интегралы:

- $\int_0^4 (32 + 28x - 9x^2) dx$

- $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx$

- $\int_1^2 (5 + x^2) dx$

- $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{x^3}$

- $\int_1^8 \sqrt[3]{x^2} dx$

- $\int_1^2 \frac{2x^3 + 1}{x^2} dx$

- $\int_1^e \frac{dx}{x}$

- $\int_0^1 \frac{dx}{x+2}$

2. Используя метод подстановки, найдите определенный интеграл:

- $\int_2^3 (2x - 1)^3 dx$

- $\int_1^2 \frac{5dx}{\sqrt{5x-1}}$

- $\int_0^1 (2x^3 + 1)^4 x^2 dx$

- $\int_{-1}^2 (x^2 - 1)^3 x dx$

3. Вычислите площадь фигур, ограниченных указанными линиями.

- $y = 2x, y = 0, x = 3$

- $x - y + 2 = 0, y = 0, x = -1, x = 2$

- $x - 2y + 4 = 0, x + y - 5 = 0, y = 0$

- $y = x^2, y = 0, x = 2, x = 3$

4. Скорость движения туристического автобуса задана уравнением

$v = (3t^2 + 2t - 1)$ км/ч. Найти путь, пройденный автобусом за 10 часов от начала движения.

Задания для самостоятельной работы

1. Вычислите определенные интегралы:

- $\int_1^8 \sqrt[3]{x^2} dx$
- $\int_0^1 \frac{\sqrt{x+x}}{x} dx$
- $\int_2^3 (2x - 1)^3 dx$

2. Скорость движения туристического автобуса задана уравнением $v = (9t^2 - 8t)$ км/ч. Найти путь, пройденный автобусом за 4 час.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. / А.П. Рябушко, Т.А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
4. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.

Тема 14. Приложения интегралов в сфере туризма и гостеприимства

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Понятие определенного интеграла.
2. Свойства определенного интеграла.
3. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Знать вычисление площадей фигур, ограниченных указанными линиями
5. Знать вычисление пути, пройденное телом.
6. Приложения интегралов.

1. Найти среднее значение издержек $K(x) = 3x^2 + 4x + 2$ выраженных в денежных единицах, если объем продукции x меняется от 0 до 3 единиц. Указать объем продукции, при котором издержки принимают среднее значение.

2. Определить дисконтированный доход, если процентная ставка – 5 %, первоначальные вложения – 5 млн р., прирост – 1 млн р. в год. Срок – 5 лет.

3. Определить дисконтированный доход за 3 года при процентной ставке 8%, если первоначальные (базовые) капиталовложения составили 10 млн руб., и намечается ежегодно увеличивать капиталовложения на 1 млн руб. Могилев

4. Известны законы спроса и предложения: $p = 116 - x^2, p = \frac{5}{3}x + 20$. Найти выигрыш потребителей и выигрыш поставщиков, если было установлено рыночное равновесие. Могилев

5. Функция предельных издержек имеет вид $C'(x) = 50 + 0,02x$. Найти:

а) функцию издержек, если фиксированные издержки равны 2500(ден.ед.) в месяц;

б) издержки производства 250 изделий в месяц;

в) количество изделий, которое необходимо продать по цене 75 (ден.ед.) за изделие, чтобы прибыль была максимальной.

Задания для самостоятельной работы

1. Найти среднее значение издержек $K(x)$, выраженных в денежных единицах, если объем продукции x изменяется от 1 до 2. Указать объем продукции, при котором издержки принимают среднее значение.

- $K(x) = 2x^2 + 3x + 1, x_1 = 0, x_2 = 4$

- $K(x) = 6x^2 + 4x + 1, x_1 = 0, x_2 = 5$

2. Определить дисконтированный доход K , если:

- процентная ставка – 8 %, первоначальные вложения – 10 млн р., прирост – 1 млн р. ежегодно. Срок – 3 года;

- процентная ставка – 7 %, первоначальные вложения – 10 млн р., прирост – 1 млн р. в год. Срок – 6 лет;

- процентная ставка – 2 %, первоначальные вложения – 3 млн р., прирост – 1 млн р. в год. Срок – 10 лет.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. / А.П. Рябушко, Т.А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
4. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.

Тема 15. Статистическое распределение и его числовые характеристики. Статистическое оценивание. Проверка статистических гипотез

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Статистическое распределение и его числовые характеристики.
2. Графическое изображение вариационных рядов: гистограмма, полигон.
3. Среднее арифметическое, размах и мода, медиана ряда.
4. Применение статистического оценивания в задачах.

1. Найдите среднее арифметическое, размах и моду ряда чисел:

- а) 16, 22, 16, 13, 20, 17
- б) -21, -33, -35, -19, -20, -22
- в) 61, 64, 64, 83, 61, 71, 70
- г) -4, -6, 0,4, 0,6, 8, -12

2. В таблице показано число посетителей туристической выставки в разные дни недели

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Число посети-телей	04	38	36	15	25	10	24

Найдите среднее арифметическое, размах, медиану указанного ряда данных. В какие дни недели число посетителей выставки было больше медианы.

3. В ВУЗе сдавали зачет по основам высшей математике. В группе было 10 человек, и они получили соответствующие оценки: 5; 10; 9; 7; 8; 7; 6; 3; 7; 9. Какую оценку получали чаще всего? Каков средний балл сдавшей зачет группы?

4. Имеются следующие данные о месячной заработной плате пяти рабочих (тг): 1260; 1380; 1320; 1410; 1500. Найдите среднюю заработную плату.

5. Известны результаты продаж путевок в туристической фирме города:

x_i	3	4	5
f_i	225	145	50

где, x_i – количество звезд в отелях, f_i – число продаж. Найдите среднюю от продаж путевок.

6. По результатам выборочного исследования цен на кроссовки в магазинах города получены следующие данные (ден. ед.):

7,5	7,6	8,7
6,1	10,6	9,8
7	6	8,3
6	8,2	8,5
7,4	7,1	9,5
6,8	9,6	6,3
6,3	8,5	5,8
7,5	9,2	7,2
7	8	7,5
7,5	8	6,5

Найти среднюю, моду и медиану.

7. Из большой группы предприятий одной из отраслей промышленности случайным образом отобрано 30, по которым получены показатели основных фондов в млн. руб.: 2; 3; 2; 4; 5; 2; 3; 3; 6; 4; 5; 4; 6; 5; 3; 4; 2; 4; 3; 3; 5; 4; 6; 4; 5; 3; 4; 3; 2; 4. Построить полигон частот.

8. Выборочно обследование 30 предприятий промышленности по

валовой продукции и получены следующие данные, в млн. руб.:

18,0; 12,0; 11,9; 1,9; 5,5; 14,6; 4,8; 5,6; 4,8; 10,9; 9,7; 7,2; 12,4; 7,6;

9,7; 11,2; 4,2; 4,9; 9,6; 3,2; 8,6; 4,6; 6,7; 8,4; 6,8; 6,9; 17,9; 9,6;

14,8; 15,8.

Построить гистограмму частот.

9. Дан следующий вариационный ряд

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	1	1	2	2	4	4	4	5	5	5

Построить полигон распределения.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, – Минск, Вышейшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
4. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.

Тема 16. Статистическое распределение и его числовые характеристики. Статистическое оценивание. Проверка статистических гипотез

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Линейная регрессия и метод наименьших квадратов.
2. Вычисление коэффициентов корреляции по различным шкалам измерений: коэффициент ранговой корреляции Спирмена.
3. Вычисление коэффициентов корреляции по различным шкалам измерений: коэффициент корреляции К. Пирсона.

1. С помощью метода наименьших квадратов определите параметры a и b эмпирической формулы $y = ax + b$ по результатам измерений x и y :

x	-1	-2	0	1	2	3
y	2,8	2,3	3,6	4	4,7	5

2. Два преподавателя оценили знания 12 учащихся по стобалльной системе и выставили им следующие оценки (в первой строке указано количество баллов, выставленных первым преподавателем, а во второй – вторым):
 98 94 88 80 76 70 63 61 60 58 56 51
 99 91 93 74 78 65 64 66 52 53 48 62
 Найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена между оценками двух преподавателей.

3. Опрос случайно выбранных 10 студентов, проживающих в общежитии университета, позволяет выявить зависимость между средним баллом по результатам предыдущей сессии и числом часов в неделю, затраченных студентом на самостоятельную подготовку.

Средний балл	4.7	4.4	3.8	3.7	4.2	4.3	3.6	4.0	3.1	3.9
Число часов	26	22	8	12	15	30	20	31	10	17

Определите тесноту связи при помощи коэффициента ранговой корреляции Спирмена.

4. 10 школьникам были даны тесты на наглядно-образное и вербальное мышление. Измерялось среднее время решения заданий теста в секундах. Исследователя интересует вопрос: существует ли взаимосвязь между временем решения этих задач? Переменная X — обозначает среднее время решения наглядно-образных, а переменная Y — среднее время решения вербальных заданий тестов [2]. Исходные данные представлены: Исходные данные представлены: X – 19,32,33,44,28,35,39,39,44,44. Y - 17,7,17,28,27,31,20,17,35,43. Рассчитайте эмпирическую величину коэффициента корреляции по формуле К. Пирсона

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч./А.П. переменных Рябушко, Т.А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
4. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск: Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.
5. Буснюк, Н.Н. Математическое моделирование: учеб. пособие / Н.Н. Буснюк, А.А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.: ил.

Тема 17. Математическое моделирование в туристической деятельности

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Понятие о математическом моделировании.
2. Этапы построения и исследования простейших математических моделей.
3. Простые и сложные проценты в процессе построения моделей.

Задача: Ваша фирма получила прибыль в размере 10 000 \$. Руководитель фирмы принял решения открыть вклад в банке на 2 года. Он поручил своим сотрудникам выбрать банк, который предлагает наиболее выгодные условия вложения денег и рассчитать, какую максимальную прибыль может получить ваша фирма в результате такого вложения денег?

Перед своими сотрудниками он поставил следующие задачи:

Определите, какой вклад выгоднее открыть:

- 1) в Российских рублях или долларах США;
- 2) с капитализацией процентов или нет?

Определите, какую прибыль получит ваша фирма.

Курс доллара США 16.12.2014 года: 1\$ = 60 руб.

1 год = 365 дней

Решить задачи:

1. Сколько денег нужно положить в банк под 24 % годовых, чтобы через год получить 1 000 000 рублей?
2. Цену на товар сначала снизили на 20 %, затем на 10 %, а затем на 5 %. Как изменилась цена товара по сравнению с первоначальной?
3. Цену на товар сначала снизили на 10 %, а затем повысили на 10 %. Как изменилась цена товара по сравнению с первоначальной?
4. В банк положили 1 000 000 рублей на 5 лет под 25 % годовых. Какую сумму вкладчик получит через 5 лет.
5. В банке открыт срочный депозит на сумму 50 тыс. руб. по 12% на 3 года. Рассчитать накопленную сумму если проценты:
а) простые; б) сложные.
6. В банке открыт срочный депозит на сумму 50 тыс. руб. по 12% на 3 года. Рассчитать начисленную сумму если проценты начисляются ежеквартально.
7. Торговая база закупила партию товара у изготовителя и поставила ее в магазин по оптовой цене, которая на 30% больше цены изготовителя. Магазин установил розничную цену на товар 20% выше оптовой. При распродаже магазин снизил эту цену на 10%. На сколько рублей больше заплатил покупатель по сравнению с ценой изготовителя, если на распродаже он приобрел товар за 140 руб. 40 коп.
8. Владелец автозаправки повысил цену на бензин на 10%. Заметив, что количество клиентов резко сократилось, он понизил цену на 10 %. Как после этого

изменилась начальная цена на бензин? (повысилась или понизилась и на сколько % -ов?).

9. В течении года предприятие дважды увеличивало выпуск продукции на одно и то же число процентов. Найдите это число, если известно, что в начале года предприятие ежемесячно выпускало 600 изделий, а в конце года стал выпускать ежемесячно 726 изделий.

10. Цена на компьютерную технику были повышены на 44%. После этого в результате двух последовательных одинаковых процентных снижений цена на компьютеры оказалась на 19% меньше первоначальной. На сколько процентов каждый раз понижали цену?

11. Для определения оптимального режима повышения цен фирма решила с 1 января повышать цену на один и тот же товар в двух магазинах двумя способами. В одном магазине – в начале каждого месяца (начиная с февраля) на 2%, в другом – через каждые два месяца, в начале третьего (начиная с марта) на одно и то же число процентов, причем такое, чтобы через полгода (1 июля) цены снова стали одинаковыми. На сколько процентов надо повышать цену товара через каждые два месяца, во втором магазине?

12. Автобус ехал по магистрали с определенной скоростью. Выезжая на проселочную дорогу, он снизил скорость на 20%, а затем на участке крутого подъема он уменьшил скорость на 30%. На сколько процентов эта новая скорость ниже первоначальной?

13. Банк начисляет ежегодно 7% от суммы вклада. Найдите наименьшее число лет, за которое вклад вырастает более чем на 20% в индустрии туризма и гостеприимства.

Задания для самостоятельной работы

1. За какой срок вклад в 100 тыс. руб. увеличится вдвое при начислении простых процентов по ставке 10% годовых?

- 1) 20,5 лет;
- 2) 10 лет;
- 3) 7,2 лет;
- 4) 30,1 лет;
- 5) 5 лет.

2. Оценить приблизительно за какой срок вклад в 100 тыс. руб. увеличится вдвое при начислении сложных процентов по ставке 10% годовых?

- 1) 20,5 лет;
- 2) 10 лет;
- 3) 7,2 лет;
- 4) 30,1 лет;
- 5) 5 лет.

3. Составить две задачи на «сложные проценты» и решить.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А.А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч./А.П. Рябушко, Т.А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
4. Буснюк, Н.Н. Математическое моделирование: учеб. пособие / Н.Н. Буснюк, А.А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.: ил.
5. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О.А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.

Тема 18 Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Модели соперничества

ЧТО ДОЛЖЕН ЗНАТЬ СТУДЕНТ

1. Понятие дифференциального уравнения
2. Общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения
3. Частное решение дифференциального уравнения
4. Виды дифференциальных уравнений первого порядка

1. Определить порядок дифференциальных уравнений:

- $y'' - 3y' + 5y - 7 = 0$
- $x(2 - x)y' - (5 - 6x)y - x = 0$

2. Найти общие решения дифференциальных уравнений:

- $x dx + \frac{dy}{y+1} = 0$
- $y' = 4x^3$
- $(x^2 + 4)y' = 2xy$
- $y' = y^2$
- $y'x - y - x^2 = 0$

3. Найти частные решения дифференциальных уравнений:

- $dy = dx$, если $y = 4$ при $x = 2$
- $3y^2 dy = x^2 dx$, если $y = 1$ при $x = 3$
- $y' = x \cdot y^2 + y^2$, если $y = 0$ при $x = 1$

4. Найти решения дифференциальных уравнений с разделенными переменными:

- $x dy = y dx$, $y = 6$ при $x=2$
- $\sqrt{x} dy = \sqrt{y} dx$, $y = 1$ при $x = 4$
- $\frac{dy}{\sqrt{x}} = \frac{3dx}{\sqrt{y}}$, $y = 9$ при $x=1$

5. Эластичность и функция спроса.

Если известна эластичность спроса на некоторый товар, то можно найти функцию спроса. Эластичность $\eta = -\frac{1}{3}$ для любых значений p . Найти функцию спроса.

6. Функции спроса и предложения.

Функции спроса и предложения на некоторый товар соответственно имеют вид:

$$x = 19 + p + 4 \frac{dp}{dt}$$
$$x = 28 - 2p + 3 \frac{dp}{dt}$$

Найти зависимость равновесной цены от времени t , если в начальный момент времени цена $p = 20$.

7. Составить модели соперничества в сфере туризма и гостеприимства.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. – Минск, ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика: учеб. для студентов вузов: в 2 т. / А. А. Гусак. – 5-е изд. – Минск, 2004.
3. Рябушко, А. П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур, – Минск, Высшая школа. – 2-е изд. – Минск, 2017. – 303 с.
4. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / О. А. Кастрица, О. А. – 4-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М.: ИНФРА – М, 2015. – 491 с.: ил.