

Тема 1. ПРОГРАММНЫЕ ПРОДУКТЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

План лекции

1. Основные понятия программного обеспечения информационных технологий.
2. Классификация программного обеспечения информационных технологий.
3. Пакеты прикладных программ.
4. Операционные системы.

1. Основные понятия программного обеспечения информационных технологий

Информационная технология (ИТ) — это совокупность методов, производственных процессов и программно-технических средств, объединенных в технологическую цепочку, обеспечивающую сбор, обработку, хранение, распространение и отображение информации с целью снижения трудоемкости процессов использования информационного ресурса, а также повышения их надежности и оперативности.

Компьютер является универсальным инструментом для решения разнообразных задач по преобразованию информации, но его универсальность определяется не столько аппаратным обеспечением, сколько установленными программными средствами, другими словами, все «знания» компьютера сосредоточены в программах, которые представляют собой точную и подробную последовательность инструкций, представленных на понятном для компьютера языке, по обработке информации. Меняя программы на компьютере можно превратить его в рабочее место дизайнера, бухгалтера или конструктора, статистика или агронома, использовать его для прослушивания музыки, просмотра кинофильмов и других развлечений.

Джоном фон Нейманом в 1945 г. были описаны основные принципы построения компьютеров, которые до сих пор являются стандартом практически для всех компьютеров. Одним из них является **программное управление**.

В основе принципа программного управления лежит представление алгоритма решения любой задачи в виде программы вычислений.

Алгоритм – точное предписание, определяющее процесс преобразования исходных данных в конечный результат. При решении задачи применим общий алгоритм: 1) получить исходные данные; 2) найти решение; 3) сообщить ответ.

Программа (для компьютера) – это упорядоченная последовательность команд, подлежащая обработке. Конечная цель любой компьютерной программы — управление аппаратными средствами. Программа описывает

операции, которые нужно выполнить процессору компьютера для решения поставленной задачи.

Команда – это инструкция машине на выполнение элементарной операции. Набор операций, которые может выполнять компьютер, и правил их записи образуют *машинный язык*.

Исторически сложилась тенденция к увеличению количества команд в машинном языке. Разработчики считали, что чем больше в нем команд, тем шире возможности по обработке данных. В настоящее время совершается переход на RISC-процессоры, основной характеристикой которых является сокращение набора команд и упрощение их структуры.

Суть принципа программного управления заключается в следующем:

- все вычисления, предписанные алгоритмом решения задачи, должны быть представлены в виде программы, состоящей из последовательности управляющих слов-команд;

- каждая команда содержит указания на конкретную выполняемую операцию, место нахождения (адрес) операндов и ряд служебных признаков.

Операнды – это переменные, значения которых участвуют в операциях преобразования данных. Список всех переменных (входных и данных, промежуточных значений и результатов вычислений) является неотъемлемым элементом любой программы;

- для доступа к программам, командам и операндам используются их адреса, в качестве которых выступают номера ячеек памяти компьютера, предназначенных для хранения объектов;

- команды программы расположены в памяти друг за другом, что позволяет микропроцессору организовывать выборку цепочки команд из последовательно расположенных ячеек памяти и выполнять команду за командой.

- для перехода к выполнению не следующей по порядку команды, а к какой-то другой, используются команды условного или безусловного переходов. Выборка команд из памяти прекращается после достижения и выполнения команды «стоп». Таким образом, процессор исполняет программу автоматически, без вмешательства человека.

Обычно программы хранятся во внешней памяти ПЭВМ и для выполнения передаются в оперативную память. Некоторые программы постоянно размещаются в памяти (ядро операционной системы, архиватор Zip Magic, монитор антивирусной программы Касперский АнтиВирус и др.) и называются *резидентными*, а другие – загружаются только на время выполнения, а затем удаляются из памяти, и называются *транзитными*.

Часть машинных программ, обеспечивающих автоматическое управление вычислениями и используемых наиболее часто, может размещаться в постоянном запоминающем устройстве – реализовываться аппаратно. Программы, записанные в ПЗУ, составляют *базовую систему ввода/вывода* (BIOS), которая является промежуточным звеном между программным обеспечением компьютера и его электронными компонентами.

Ее компоненты обеспечивают выполнение всех операций ввода/вывода в соответствии со специфическими особенностями работы каждого из периферийных устройств данного компьютера (драйверы стандартных устройств), тестируют работу памяти и устройств компьютера при включении электропитания (тест), а также выполняют загрузку операционной системы.

2. Классификация программного обеспечения информационных технологий

Программное обеспечение (англ. *software*) – это совокупность программных продуктов, обеспечивающих функционирование компьютеров и решение с их помощью задач предметных областей. Программное обеспечение (ПО) представляет собой неотъемлемую часть компьютерной системы, является логическим продолжением технических средств и определяет сферу применения компьютера.

ПО современных компьютеров включает множество разнообразных программ, которое можно условно разделить на три группы:

1. Системное программное обеспечение (системные программы);
2. Прикладное программное обеспечение (прикладные программы);
3. Инструментальное обеспечение (инструментальные системы).



Системное программное обеспечение (СПО) – это программы, управляющие работой компьютера и выполняющие различные вспомогательные функции, например, управление ресурсами компьютера, создание копий информации, проверка работоспособности устройств компьютера, выдача справочной информации о компьютере и др. Они предназначены для всех категорий пользователей, используются для эффективной работы компьютера и пользователя, а также эффективного выполнения прикладных программ.

Центральное место среди системных программ занимают операционные системы (англ. *Operating systems*). **Операционная система** (ОС) – это комплекс программ, предназначенных для управления загрузкой, запуском и выполнением других пользовательских программ, а также для планирования и управления вычислительными ресурсами ЭВМ, т.е. управления работой ПЭВМ с момента включения до момента выключения питания. Она загружается автоматически при включении компьютера, ведет диалог с пользователем, осуществляет управление компьютером, его ресурсами (оперативной памятью, дисковым пространством и т.д.), запускает другие программы на выполнение и обеспечивает пользователю и

программам удобный способ общения – *интерфейс* – с устройствами компьютера. Другими словами, операционная система обеспечивает функционирование и взаимосвязь всех компонентов компьютера, а также предоставляет пользователю доступ к его аппаратным возможностям.

ОС определяет производительность системы, степень защиты данных, выбор программ, с которыми можно работать на компьютере, требования к аппаратным средствам. Примерами ОС являются MS DOS, OS/2, Unix, Linux, Windows и др.

Сервисные системы расширяют возможности ОС по обслуживанию системы, обеспечивают удобство работы пользователя. К этой категории относят системы технического обслуживания, программные оболочки и среды ОС, а также служебные программы.

Системы технического обслуживания – это совокупность программно-аппаратных средств ПК, которые выполняют контроль, тестирование и диагностику и используются для проверки функционирования устройств компьютера и обнаружения неисправностей в процессе работы компьютера. Они являются инструментом специалистов по эксплуатации и ремонту технических средств компьютера.

Для организации более удобного и наглядного интерфейса пользователя с компьютером используются *программные оболочки операционных систем* – программы, которые позволяют пользователю отличными от предоставляемых ОС средствами (более понятными и эффективными) осуществлять действия по управлению ресурсами компьютера. К числу наиболее популярных оболочек относятся пакеты Norton Commander (*Symantec*), FAR (File and Archive manageR).

Служебные программы (утилиты, лат. Utilitas – польза) – это вспомогательные программы, предоставляющие пользователю ряд дополнительных услуг по реализации часто выполняемых работ или же повышающие удобство и комфортность работы. К ним относятся:

- программы-упаковщики (архиваторы), которые позволяют более плотно записывать информацию на дисках, а также объединять копии нескольких файлов в один, так называемый, архивный файл (архив);
- антивирусные программы, предназначенные для предотвращения заражения компьютерными вирусами и ликвидации последствий заражения;
- программы оптимизации и контроля качества дискового пространства;
- программы восстановления информации, форматирования, данных;
- программы для записи компакт-дисков;
- драйверы – программы, расширяющие возможности операционной системы по управлению устройствами ввода/вывода, оперативной памятью и т.д. При подключении к компьютеру новых устройств необходимо установить соответствующие драйверы;
- коммуникационные программы, организующие обмен информацией между компьютерами и др.

Некоторые утилиты входят в состав операционной системы, а некоторые поставляются на рынок как самостоятельные программные продукты, например, многофункциональный пакет сервисных утилит Norton Utilities (*Symantec*).

К **инструментальному программному обеспечению** относят: **системы программирования**, предназначенные для разработки новых программ, например, Паскаль, Бейсик. Обычно они включают: *редактор текстов*, обеспечивающий создание и редактирование программ на исходном языке программирования, *транслятор*, а также *библиотеки подпрограмм*; **инструментальные среды** для разработки приложений, например, C++, Delphi, Visual Basic, Java, которые включают средства визуального программирования; **системы моделирования**, например, система имитационного моделирования MatLab, системы моделирования бизнес-процессов BpWin и баз данных ErWin и другие.

Транслятор (англ. *Translator* – переводчик) – это программа-переводчик, которая преобразует программу с языка высокого уровня в программу, состоящую из машинных команд. Трансляторы реализуются в виде *компиляторов* или *интерпретаторов*, которые существенно различаются по принципам работы.

Компилятор (англ. *Compiler* – составитель, собиратель) читает всю программу *целиком*, делает ее перевод и создает законченный вариант программы на машинном языке, который затем и выполняется. После компилирования получается исполняемая программа, при выполнении которой не нужна ни исходная программа, ни компилятор.

Интерпретатор (англ. *Interpreter* – истолкователь, устный переводчик) переводит и выполняет программу *строка за строкой*. Программа, обрабатываемая интерпретатором, должна заново переводиться на машинный язык при каждом очередном ее запуске.

Откомпилированные программы работают быстрее, но интерпретируемые проще исправлять и изменять.

Прикладное программное обеспечение (ППО) предназначено для решения задач пользователя. В его состав входят **прикладные программы пользователей** и **пакеты прикладных программ** (ППП) различного назначения.

Прикладная программа пользователя – это любая программа, способствующая решению какой-либо задачи в пределах данной проблемной области. Прикладные программы могут использоваться либо автономно, либо в составе программных комплексов или пакетов.

Пакеты прикладных программ (ППП) – это специальным образом организованные программные комплексы, рассчитанные на общее применение в определенной проблемной области и дополненные соответствующей технической документацией.

3. Пакеты прикладных программ

Пакеты прикладных программ (ППП) служат программным инструментарием решения функциональных задач и являются самым многочисленным классом программных продуктов. В данный класс входят программные продукты, выполняющие обработку информации различных предметных областей.

Установка программных продуктов на компьютер выполняется квалифицированными пользователями, а непосредственную их эксплуатацию осуществляют, как правило, конечные пользователи – потребители информации, во многих случаях деятельность которых весьма далека от компьютерной области. Данный класс программных продуктов может быть весьма специфичным для отдельных предметных областей.

Пакет прикладных программ (application program package) – комплекс взаимосвязанных программ для решения задач определенного класса из конкретной предметной области. На текущем этапе развития информационных технологий именно ППП являются наиболее востребованным видом прикладного ПО.

ППП общего назначения – это универсальные программные продукты, предназначенные для автоматизации широкого класса задач пользователя. К ним относятся:

- текстовые редакторы (например, MS Word, Word Perfect, Лексикон);
- табличные процессоры (например, MS Excel, Lotus 1-2-3, Quattro Pro);
- системы динамических презентаций (например, MS Power Point, Freelance Graphics, Harvard Graphics);
- системы управления базами данных (например, MS Access, Oracle, MS SQL Server, Informix);
- графические редакторы (например, Corel Draw, Adobe Photoshop);
- издательские системы (например, Page Maker, Venture Publisher);
- системы автоматизации проектирования (например, BPWin, ERWin);
- электронные словари и системы перевода (например, Prompt, Сократ, Лингво, Контекст);
- системы распознавания текста (например, Fine Reader, Cunei Form).

Системы общего назначения часто интегрируются в многокомпонентные пакеты для автоматизации офисной деятельности – ***офисные пакеты*** – Microsoft Office, StarOffice и др.

Методо-ориентированные ППП – это пакеты, в основе которых лежит реализация математических методов решения задач. Данный класс включает программные продукты, обеспечивающие независимо от предметной области и функций информационных систем математические, статистические и другие методы решения задач. К ним относятся, например, системы математической обработки данных (Mathematica, MathCad, Maple), системы статистической обработки и анализа данных (Statistica, Stat), системы имитационного моделирования и др.

Проблемно-ориентированные ППП предназначены для решения определенной задачи в конкретной предметной области. Проблемно-ориентированные ППП – это самый представительный класс программных продуктов, внутри которого проводится классификация по разным признакам: по типам предметных областей, по информационным системам, по функциям и комплексам задач и др.

Основные тенденции в области развития проблемно-ориентированных программных средств заключаются в создании программных комплексов в виде автоматизированных рабочих мест (АРМ) управленческого персонала; создании интегрированных систем управления на базе компьютерных сетей; организации данных больших информационных систем.

В настоящее время широко используются проблемно-ориентированные ППП в комплексной автоматизации финансово-бухгалтерской деятельности в банках, на промышленных предприятиях и в сфере торговли, справочно-правовых операций и документооборота. Например, информационно-правовые системы ЮрЭксперт, ЮрИнформ; пакеты бухгалтерского учета и контроля 1С: Бухгалтерия, Галактика, Анжелика; в области маркетинга – Касатка, Marketing Expert; банковская система СТБанк и др.

Интегрированные ППП представляют собой набор нескольких программных продуктов, объединенных в единый инструмент. Интегрированные пакеты программ по количеству наименований продуктов немногочисленная, но в вычислительном плане довольно мощная и активно развивающаяся часть программного обеспечения. Традиционные, или полносвязанные, интегрированные комплексы представляют собой многофункциональный автономный пакет, в котором в одно целое соединены функции и возможности различных специализированных (проблемно-ориентированных) пакетов, родственных в смысле технологии обработки данных на отдельном рабочем месте. Наиболее развитые из них включают в себя текстовый редактор, персональный менеджер (органайзер), электронную таблицу, систему управления базами данных, средства поддержки электронной почты, программу создания презентационной графики. Результаты, полученные отдельными подпрограммами, могут быть объединены в окончательный документ, содержащий табличный, графический и текстовый материал. Типичными представителями таких программ являются, например, пакеты Microsoft Works, Lotus Works. Интегрированные пакеты, как правило, содержат некоторое ядро, обеспечивающее возможность тесного взаимодействия между составляющими.

Обычно пакеты прикладных программ имеют средства настройки, что позволяет при эксплуатации адаптировать их к специфике предметной области.

4. Операционные системы

Операционная система является связующим звеном, с одной стороны, между аппаратурой компьютера и выполняемыми программами, с другой стороны, между аппаратурой компьютера и пользователем.

Операционную систему можно назвать программным продолжением устройства управления компьютера. Образую прослойку между пользователем и аппаратурой, она скрывает от него сложные и ненужные подробности функционирования компьютера и освобождает от трудоемкой работы по организации вычислительного процесса.

В функции операционной системы входит:

- поддержка диалога с пользователем;
- ввод-вывод и управление данными;
- планирование и организация процесса обработки программ;
- распределение ресурсов (оперативной и кэш памяти, процессора, внешних устройств);
- запуск программ на выполнение;
- выполнение вспомогательных операций обслуживания;
- передача информации между различными внутренними устройствами;
- поддержка работы периферийных устройств (дисплея, клавиатуры, накопителей на гибких и жестких дисках, принтера и др.).

В соответствии с выполняемыми функциями в структуре ОС можно выделить следующие **основные компоненты**:

- модули, обеспечивающие пользовательский интерфейс;
- модуль, управляющий файловой системой;
- модуль, расшифровывающий и выполняющий команды (командный процессор);
- драйверы периферийных устройств.

Операционная система хранится во внешней памяти компьютера. При включении компьютера часть ее (ядро) считывается с винчестера и размещается в ОЗУ. Этот процесс называется загрузкой операционной системы. При работе ядро постоянно находится в ОЗУ (резидентная часть ОС), а остальные модули для выполнения своих функций подзагружаются по мере необходимости, а затем на их место загружаются следующие модули (транзитная часть ОС).

Виды операционных систем

Операционные системы можно классифицировать по различным признакам: числу решаемых задач, одновременно работающих пользователей, количеству поддерживаемых процессоров, по поддержке сетевой работы, базовому общению пользователя с системой, типу аппаратной платформы, числу разрядов адресной шины и др.

По числу параллельно решаемых на компьютере задач ОС разделяют на:

- **однозадачные** (например, MS DOS);
- **многозадачные** (например, OS/2, UNIX, Windows 95 и выше).

В настоящее время на смену однозадачным ОС пришли многозадачные, которые обеспечивают одновременное решение нескольких задач и управляют распределением совместно используемых ими ресурсов (процессор, оперативная память, файлы и внешние устройства).

По числу одновременно работающих пользователей ОС разделяют на:

- **однопользовательские** (например, MS DOS, Windows 3.x);
- **многопользовательские** (например, Unix, Linux, Windows 2000).

Главным отличием многопользовательских систем от однопользовательских является наличие средств защиты информации каждого пользователя от несанкционированного доступа других.

Каждая операционная система имеет свои средства для выполнения пользователем тех или иных действий (запуск прикладной программы, копирование файла, форматирование внешнего устройства и т.д.). Поэтому в качестве признака классификации можно назвать пользовательский интерфейс ОС.

По виду пользовательского интерфейса различают ОС, обеспечивающие взаимодействие с пользователем посредством:

- командного интерфейса (например, MS DOS);
- графического интерфейса (например, Windows).

На характеристики операционных систем, как правило, влияет специфика аппаратных средств, на которые она ориентирована. По типу аппаратуры различают операционные системы для персональных компьютеров различных платформ (IBM-совместимых, Apple Macintosh), мини-компьютеров, мэйнфреймов, кластеров и сетей ЭВМ. Среди этих типов компьютеров могут встречаться как однопроцессорные варианты, так и многопроцессорные.

По числу разрядов адресной шины компьютеров, на которые ориентирована ОС, операционные системы разделяют на 16-ти (MS DOS), 32-х (Windows 2000) и 64-разрядные (Windows 2003).

На рынке операционных систем представлены разработки различных фирм, которые различаются ориентацией на аппаратные средства, решение определенного круга задач, потребности потребителя и пр. Можно выделить операционные системы, обладающие определенными общими чертами: один производитель, единый подход к организации и функционированию и пр., что позволяет классифицировать их по семействам и линейкам. Например, можно выделить такие семейства как Windows (*Microsoft*), Unix (различные разработчики), Solaris (*Sun Microsystems*) и другие.

Файловая система. Организация данных на магнитных носителях

Ядром операционной системы является модуль, который обеспечивает управление файлами – *файловая система*.

Основная задача файловой системы – обеспечение взаимодействия программ и физических устройств ввода/вывода (накопителей на жестких дисках, магнитных лентах и т.д.). Она также определяет структуру хранения файлов и каталогов на диске, правила задания имен файлов, допустимые атрибуты файлов, права доступа и др. Обычно файловую систему воспринимают и как средство управления файлами и как общее хранилище файлов.

Функциональные возможности файловой системы можно условно разделить на группы:

1) функции для работы с файлами: создание, удаление, переименование, изменение атрибутов (свойств файлов), определение структуры файлов;

2) функции для работы с данными: чтение, запись, поиск данных, хранящихся в файлах и т.п.;

3) оптимизация операций ввода/вывода.

Файл – это поименованная последовательность любых данных, стандартная структура которой обеспечивает ее размещение в памяти компьютера, представляющая собой наименьшую единицу хранения информации. Файл может содержать программу, числовые данные, текст, закодированное изображение и др. В каком-то смысле файл является синонимом понятия *документа*.

Основным *атрибутом* файла является его имя. **Имя файла** – это символьная строка, правила построения которой зависят от конкретной файловой системы. Например, в файловой системе FAT, используемой в MS DOS, длина имени файла не может превышать 11 символов, три из которых предназначены для расширения. Расширение отделяется от имени точкой. *Расширение имени* файла является необязательным атрибутом и, как правило, информирует о типе данных, хранимых в файле, поэтому его иногда называют *типом файла*. Например, *bat, com, exe* – исполняемые файлы, для их выполнения можно указать только имя. Именно эти файлы могут быть «стартовыми» файлами компьютерных игр, текстовых редакторов и т.п.; *txt* – текстовые файлы.

Помимо имени атрибутами файла являются: текущий размер и максимальный размер файла; длина записи; время создания, последнего доступа и последнего изменения; владелец файла; создатель файла; пароль для доступа, признак «только чтение» и др.

Файловая система, с одной стороны, – это часть ОС, предназначенная для организации работы с хранящимися на диске данными и обеспечения совместного использования файлов несколькими пользователями и процессами, с другой стороны, – сами файлы, хранящиеся на устройствах ввода/вывода. Драйвер файловой системы обеспечивает доступ к

информации, записанной на магнитный диск, по имени файла и распределяет пространство на магнитном диске между файлами.

Выделяют различные типы файловых систем, например, FAT, NTFS, CDFS.

1) Файловая система **FAT** (File Allocation Table) разрабатывалась для гибких дисков, и представляет собой таблицу размещения файлов MS DOS и Windows 9x. Существует несколько ее разновидностей FAT12, FAT16, FAT32. Система имеет низкую отказоустойчивость, и при отключении питания велика вероятность потери данных. Ее преимуществом является поддержка большинством ОС.

2) **NTFS** (New Technology File System), разработанная Microsoft специально для Windows NT, поддерживает длинные имена файлов (до 255 символов); гарантирует сохранность данных в случае копирования даже при программно-аппаратном сбое или отключении электропитания; превосходит FAT по скорости работы и по эффективности использования ресурсов; обеспечивает построение компьютерных систем от рабочей станции до сервера класса мэйнфреймов; предоставляет средства для разграничения доступа и защиты информации. NTFS в именах использует набор символов **Unicode**, автоматически для каждого файла генерирует поддерживаемое MS DOS имя (восемь плюс три символа), что дает возможность работать операционным системам MS DOS и OS/2 с файлами NTFS через сеть. Это особенно важно для файловых серверов сети, к которой подключены персональные компьютеры с этими операционными системами.

3) **CDFS** (Compact Disk File System) – специальная файловая система для CD-ROM.

Тенденции развития операционных систем

К основным направлениям развития операционных систем относят:

1) расширяемость – возможность внесения дополнительных функций без разрушения целостности системы;

2) переносимость – возможность использования на различных аппаратных платформах;

3) надежность и отказоустойчивость – защищенность от внутренних и внешних сбоев и ошибок, т.е. от некорректных действий прикладных программ, пользователей, оборудования и самой операционной системы;

4) совместимость – поддержка выполнения прикладных программ, написанных для других операционных систем, а также взаимодействие между различными ОС, функционирующих в корпоративной среде;

5) безопасность – очень важное требование, особенно в сетевой среде и в условиях все более широкого использования Internet в корпоративной деятельности;

6) производительность – соответствие быстродействия операционной системы возможностям современных аппаратных средств;

7) интеграция с Internet – поддержка соответствующих протоколов, сервисов и Web-серверов;

8) сетевые возможности – поддержка эффективного использования сетевых ресурсов, организация удаленного доступа, разграничение доступа и др.;

9) поддержка многопроцессорной обработки данных.

Общая характеристика операционной системы MS DOS

Наиболее распространенной операционной системой для 16-разрядных персональных компьютеров являлась MS DOS (*Microsoft Disk Operating System*).

MS DOS – однопользовательская, однозадачная, 16-разрядная ОС, общение которой с пользователем осуществляется с помощью командного интерфейса.

Загрузка MS DOS начинается автоматически после включения компьютера и завершается выдачей на экран монитора приглашения к работе вида: C:\ >, где C: – имя *системного диска*, с которого выполнялась загрузка операционной системы.

Обращение к файлу осуществляется с помощью задания его **полного имени**: диск:\путь\имя_файла.расширение

Путь – последовательность имен каталогов, в которых содержится файл, разделенных символом «\» (обратный слэш).

Пользователь общается с операционной системой MS DOS языком команд, которые обычно вводятся с клавиатуры в командной строке.

Каждая команда имеет определенную структуру. В ней выделяют **имя** (командное слово) и **параметры**.

Для выполнения команды над группой файлов используются шаблоны имен, в которых символ «*» заменяет любую последовательность символов, а символ «?» – любой один символ в данной позиции. Например, задание в команде шаблона ***.doc** определяет выполнение команды над группой файлов, имеющих расширение .doc, а шаблона **?*1.doc** – над файлами с расширением doc, первые два символа в именах которых различны, а третий есть 1.

Например, команда `copy c:*.doc d:\newtext\` выполняет копирование всех файлов с расширением doc, расположенных в корневом каталоге диска C:, в каталог newtext диска D:; команда `c:\nc\nc.exe` запускает программную оболочку Norton Commander.

Общие сведения об операционной системе Windows

В настоящее время большинство персональных компьютеров в мире работают под управлением той или иной версии операционной системы Microsoft Windows. Программные продукты этого семейства обладают общими характерными чертами:

- единый графический пользовательский интерфейс;
- пошаговое выполнение операций за счет наличия Мастеров;
- многозадачность;

- поддержка работы в сетевой среде;
- наличие универсальной системы средств обмена данными между приложениями (буфер обмена, динамический обмен данными – DDE, связывание и встраивание объектов – OLE).

В операционных системах семейства Windows реализована **открытая архитектура** (*Windows Open Services Architecture – WOSA*), которая предоставляет механизмы для решения задачи передачи информации независимо от ее местоположения и формата представления. С их помощью пользователь компьютера может легко подключиться к любой из информационных служб, располагающихся в различных сетях или операционных системах. В настоящее время обеспечивается стандартный доступ к базам данных, почте, телефонным сетям и системам лицензирования, сетевым службам и специализированным службам (финансовые системы и данные реального времени).

Первыми разработками Microsoft в области создания новых ОС для персональных компьютеров были программные среды **Windows 3.x** (Windows 3.0, Windows 3.1, Windows 3.11 for Workgroup), которые представляли собой графическую надстройку над операционной системой MS DOS.

Затем на рынок операционных систем корпорацией была представлена первая настоящая операционная система семейства Windows – **Windows 95**. Она является многозадачной, 32-разрядной ОС с расширенными сетевыми функциями и обеспечивает широкие возможности работы с мультимедиа, обработки текстовой, графической, звуковой и видеоинформации, а также предоставляет встроенные средства поддержки обмена файлами и их защиты, возможность совместного использования принтеров, факсов и других общих ресурсов. Windows 95 позволяет отправлять сообщения электронной почтой, факсимильной связью, поддерживает удаленный доступ. Применяемый в ней защищенный режим не позволяет прикладной программе в случае сбоя нарушить работоспособность системы, надежно предохраняет приложения от случайного вмешательства одного процесса в другой, обеспечивает определенную устойчивость к вирусам.

Windows 98 отличается от Windows 95 интеграцией с браузером Internet Explorer, что обеспечивает отображение содержимого папок в виде окна браузера; улучшенной совместимостью с новыми аппаратными средствами компьютера; поддержкой стандарта plug-and-play. Может использоваться на настольных и портативных компьютерах.

Windows Millenium Edition (Windows ME) является очередной версией операционных систем линейки Windows 95, Windows 98 и Windows 98 SE. В ее основе лежит ядро Windows 98.

Windows NT (New Technology) – принципиально новая операционная система, которую корпорация Microsoft представила на рынок параллельно с Windows 95, и которая стала родоначальницей ряда ОС. Это 32-разрядная система со встроенной сетевой поддержкой и развитыми средствами многопользовательской работы. Она обеспечивает истинную

многозадачность, многопроцессорную обработку, разграничение доступа к аппаратным и информационным ресурсам, защиту данных и многое другое.

Эта операционная система очень удобна для пользователей, работающих в локальной сети, а также для коллективных пользователей, особенно группы, выполняющей совместный проект и обменивающейся данными. Поставляется в двух вариантах Windows NT Server и Windows NT for Workstation.

Windows 2000 – операционная система нового поколения, ориентированная на разнообразные компьютеры: портативные, настольные, серверы и кластерные системы, и обеспечивает тесную интеграцию с Internet. Она является развитием ОС Windows NT 4.0 и характеризуется следующими параметрами:

- имеет 32-разрядную файловую систему с открытой для дальнейшего развития архитектурой, работающую быстрее и реализующую множество новых возможностей;

- максимально упрощает установку и настройку оборудования за счет поддержки стандарта plug-and-play;

- имеет встроенные средства для работы со звуком, видео и компакт-дисками (CD-ROM); диагностики, оптимизации и исправления ошибок, которые помогают устранять конфликты между устройствами и повышают эффективность функционирования всей системы;

- включает эффективные инструменты для работы с Internet, которые ускоряют работу и поиск информации в World Wide Web.

Вследствие наличия эффективных средств обеспечения защиты (сохранение состояния системы для ее восстановления после сбоев, модифицированная файловая система, шифрование, управление доступом и прочее) Windows 2000 была признана одной из самых безопасных операционных систем.

В системе Windows 2000 реализованы многие решения, призванные уменьшить затраты на эксплуатацию системы в корпоративных сетях.

Семейство Windows 2000 включает: Windows 2000 Professional, Windows 2000 Server, Windows 2000 Advanced Server, Windows 2000 Datacenter Server. Каждая из них предназначена для своих целей и имеет соответствующие возможности и функции. Например, Windows 2000 Professional ориентирована на домашние компьютеры или рабочие станции.

Windows XP объединяет в себе лучшие качества предыдущих версий Windows: надежность, стабильность и управляемость – от Windows 2000, технологию plug-and-play – от Windows 98. В ней реализован более эффективный интерфейс пользователя, включающий новые возможности группировки и поиска документов, возможность быстрого переключения пользователей и т.д. Пользователь Windows XP может создавать компакт-диски в форматах, позволяющих осуществлять однократную или многократную запись (CD-R или CD-RW), применяя для этого обычный метод перетаскивания или соответствующих мастеров. Операционная

система Windows XP реализована корпорацией Microsoft в двух версиях: для домашних пользователей Windows XP Home Edition, и для корпоративных клиентов – Windows XP Professional Edition.

Операционные системы Windows NT, 2000, XP поддерживают файловые системы FAT, NTFS, CDFS.

Дальнейшее развитие возможностей ОС Windows 2000 Server получили в 64-разрядной операционной системе **Windows Server 2003** версии которой ориентированы на малый бизнес и рынок SOHO (*Small Office/Home Office* – малый офис/домашний офис), серверы крупных предприятий, построение Web-серверов.

Windows CE – операционная система для мобильных вычислительных устройств, таких, как карманные компьютеры, цифровые информационные пейджеры, сотовые телефоны, мультимедийные и развлекательные приставки, включая DVD проигрыватели и устройства доступа в Internet. Это 32-разрядная, многозадачная операционная система, имеющая открытую архитектуру. Windows CE позволяет устройствам различных категорий «говорить» и обмениваться информацией друг с другом, связываться с корпоративными сетями и с Internet, пользоваться электронной почтой. Она компактна и высоко производительна, функционирует на микропроцессорах различных марок и изготовителей.

Windows 7 — операционная система семейства Windows NT компании Microsoft, предназначенная для работы на компьютерах с 32-битными и 64-битными процессорами. К 2012 году Windows 7 стала самой популярной ОС в мире, обогнав Windows XP. Фактически, “семерка” стала тем, чем была XP долгие годы – основной операционной системой, которая справлялась со всеми поставленными задачами. Это система из разряда поставил – и оно работает, без переустановки.

Windows 8 вышла в октябре 2012 года как результат желания компании Microsoft создать новый продукт, который бы объединил в рамках единого интерфейса Metro сразу все устройства – смартфоны, ноутбуки, настольные компьютеры и планшеты. По техническим возможностям Windows 8 представляет собой оптимизированную версию Windows 7. Впервые Microsoft решилась на кардинальное изменение интерфейса. Вместо обычного рабочего стола пользователя встречали странные плитки, а кнопка “Пуск” и вовсе отсутствовала. Интерфейс одних заинтриговал, других отпугнул.

Windows 10 — операционная система для персональных компьютеров и рабочих станций, разработанная корпорацией Microsoft в рамках семейства Windows NT. Серверный аналог Windows 10 — Windows Server 2016.

Система призвана стать единой для разных устройств, таких как персональные компьютеры, планшеты, смартфоны, консоли Xbox One и пр. Доступна единая платформа разработки и единый магазин универсальных приложений, совместимых со всеми поддерживаемыми устройствами. Windows 10 поставляется в качестве услуги с выпуском обновлений на протяжении всего цикла поддержки. В течение первого года после выхода системы пользователи могли бесплатно обновиться до Windows 10 на

устройствах под управлением лицензионных копий Windows 7, Windows 8.1 и Windows Phone 8.1. Среди значимых нововведений — голосовая помощница Кортана, возможность создания и переключения нескольких рабочих столов и др. Windows 10 — последняя «коробочная» версия Windows, все последующие версии будут распространяться исключительно в цифровом виде.

Пользовательское соглашение Windows 10 позволяет компании Microsoft собирать многочисленные сведения о пользователе, историю его интернет-деятельности, пароли к точкам доступа, данные, набираемые на клавиатуре, и многое другое.

По состоянию на май 2018 года Windows 10 имеет долю среди используемых в мире операционных систем для доступа к сети Интернет 45,3% и занимает первое место в мире по популярности, опередив в апреле 2017 года предыдущего лидера — Windows 7.

Семейство операционных систем Unix является одной из альтернатив семейству ОС Windows. Unix была создана в *Bell Telephone Laboratories*. Основное отличие и преимущество этого семейства заключается в реализации для широкого круга аппаратных платформ – это первая действительно переносимая на различные аппаратные платформы операционная система. Unix ориентирована, прежде всего, на работу в больших локальных и глобальных сетях. В ней используются различные варианты графического интерфейса. Универсальность системы обеспечивается множеством прикладных программ.

В настоящее время существуют версии ОС Unix от различных производителей. Среди них наиболее известны коммерческие версии *Sun* и *Solaris* для компьютеров фирмы Sun, *AIX* для мини-компьютеров IBM, *IRIX* для компьютеров Silicon Graphics, свободно распространяемые *FreeBSD* и *Linux* для компьютеров платформы Intel.

Независимо от версии общими для Unix чертами являются:

- многопользовательский режим и наличие мощных средств защиты данных от несанкционированного доступа;
- многозадачность;
- переносимость системы за счет написания ее ядра на языке C;
- наличие простого пользовательского интерфейса;
- наличие встроенных средств поддержки компьютерных сетей, что делает систему одной из самых популярных серверных платформ в Internet.

Операционная система Linux, одна из популярных ОС в настоящее время, является многозадачной, многопользовательской операционной системой с поддержкой национальных и стандартных клавиатур, поддерживает различные типы файловых систем, в частности, MS DOS, обеспечивает поддержку полного семейства протоколов TCP/IP для работы в сети.

Первая версия операционной системы Linux была создана в 1991 г. финским студентом Линусом Торвальдсом. Эта система распространяется бесплатно (англ. *freeware*), и ее программный код доступен всем желающим, поэтому многие программисты стали поддерживать Linux, добавляя к ней драйверы устройств, разрабатывая разные приложения и др.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Что такое информационная технология?
2. Дайте определение понятиям «алгоритм», «программа», «команда».
3. В чем заключается суть принципа программного управления?
4. Что такое программное обеспечение? На какие группы оно делится?
5. Что такое операционная система?
6. Что такое сервисные системы?
7. Что такое системы программирования, инструментальные среды, системы моделирования? Назовите, какие вы знаете системы программирования, инструментальные среды, системы моделирования?
8. Для чего предназначено прикладное программное обеспечение? Какие программы входят в его состав?
9. На какие подвиды делится прикладное программное обеспечение?
10. Назовите функции операционных систем.
11. Назовите основные компоненты операционных систем.
12. Что означает многозадачность операционных систем?
13. Какие ОС считаются многопользовательскими?
14. Что такое файл? Какие файловые системы вы знаете?
15. Охарактеризуйте последние версии операционных систем семейства Windows.
16. Охарактеризуйте операционные системы Unix и Linux.

Рекомендуемая для изучения литература

1. Трофимов В. В. Информатика / В. В. Трофимов и др. / под редакцией В. В. Трофимова. – М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. – 910 с.
2. Острейковский В. А. Информатика / В. А. Острейковский. – М. : Высшая школа, 2009. - 510 с.
3. Топоркова О. М. Лабораторный практикум по дисциплине «Информационные технологии» / О. М. Топоркова – Калининград, 2014. – 64 с.
4. Информатика. Базовый курс / Под ред. С. В. Симоновича. - 2-е изд. – СПб. : Питер, 2008. - 640 с.
5. Степанов, А. Н. Информатика : Учеб. Пособие – СПб. : Питер, 2008. – 765 с.
6. Батин, Н. В. Основы информационных технологий : учеб.-метод. пособие / Н. В. Батин [и др] ; под общ. ред. В. В. Шкурко. — Минск : Ин-т подгот. науч. кадров Нац. акад. наук Беларуси, 2008. — 253 с.

7. Новицкий, О. А. Информационные технологии / О. А. Новицкий, Н. И. Курьянова, Л. Л. Солтанович ; Белорус. гос. ун-т физ. культуры. – Минск : БГУФК, 2019. – 146 с.

Тема 3. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКУЮ СТАТИСТИКУ.

План лекции

1. Математическая статистика как наука.
2. Статистическая закономерность, статистические совокупности.

1. Математическая статистика как наука

Слово «*статистика*» происходит от латинского *status* – состояние, положение вещей. Первоначально оно употреблялось в значении «политическое состояние».

В науку термин «*статистика*» ввел немецкий ученый Готфрид Ахенваль в 1746 году (XVIII век), предложив заменить название курса «Государствоведение», преподававшегося в университетах Германии, на «Статистику», положив тем самым начало развитию статистики как науки и учебной дисциплины.

Несмотря на это, статистический учет велся намного раньше: проводились переписи населения в Древнем Китае, осуществлялось сравнение военного потенциала государств, велся учет имущества граждан в Древнем Риме и пр.

У истоков статистической науки стояли две школы: немецкая *описательная* и английская школа *политических арифметиков*.

Представители описательной школы (Герман Конринг, Готфрид Ахенваль, Август Людвиг Шленцер) своей задачей считали описание достопримечательностей государства: территории, населения, климата, политического устройства, вероисповедания, торговли и т.п. – без анализа закономерностей и связей между явлениями.

Представители школы политических арифметиков (Уильям Петти, Джон Граунт, Эдмунд Галлей) своей главной задачей считали выявление на основе большого числа наблюдений различных закономерностей и взаимосвязей в изучаемых явлениях.

Каждая школа развивалась своим путем, используя свои методы в исследованиях, но предмет изучения у них был общий – государство, общество и, в частности, массовые явления и процессы, происходящие в нем. Статистика сформировалась как наука в результате синтеза государствоведения и политической арифметики, причем от последней она взяла больше, поскольку статистика и в настоящее время призвана выявлять прежде всего различного рода закономерности в исследуемых явлениях.

Однако представители этих двух школ не дошли до теоретического обобщения практики учетно-статистических работ, до создания теории статистики. Эта задача была решена позднее, в XIX веке бельгийским ученым Адольфом Кетле, который дал определение предмета статистики, раскрыл суть ее методов. Под влиянием идей Кетле возникло третье направление статистической науки – математико-статистическое, которое

получило свое развитие в работах таких ученых как: англичане Фрэнсис Гальтон, Фрэнсис Эджворт, Карл Пирсон, Одни Дж. Юл, Вильям Госсет, Рональд Фишер, Морис Дж. Кендэл, итальянец Коррадо Джини, русские – Пафнутий Львович Чебышев, Андрей Андреевич Марков, Александр Михайлович Ляпунов, Александр Иванович и Александр Александрович Чупровы и пр.

Слово «*статистика*» употребляется в нескольких значениях: прежде всего как синоним слова «*данные*». В этом смысле статистика входит в разделы самых различных естественных и технических наук, поскольку они связаны со сбором и обработкой массовых наблюдений, опытов и экспериментов.

Статистикой называется отрасль знаний, объединяющая принципы и методы работы с числовыми данными, характеризующими массовые явления. В этом смысле статистика включает в себя несколько самостоятельных дисциплин:

- *общую теорию статистики* – изложение общих правил сбора и обработки массовых данных;
- *теорию вероятностей* – науку о свойствах генеральной совокупности бесконечно большого объема;
- *математическую статистику*, рассматривающую правила оценивания параметров и свойств генеральной совокупности по данным выборки;
- *социально-экономическую статистику и статистику населения.*

Предметом математической статистики является анализ результатов массовых, повторяющихся измерений.

Выделяют три основных этапа статистических исследований:

1. *Статистическое наблюдение* – научно организованный сбор данных, характеризующих изучаемый объект. Оно должно удовлетворять следующим требованиям:

- а) объекты наблюдения (испытуемые) должны быть одинаковыми с точки зрения их свойств (квалификация, специализация, возраст и др.);
- б) число объектов наблюдения должно быть достаточным, чтобы можно было выявить закономерности и обобщить их свойства.

2. *Статистическая сводка и группировка* – обработка собранных первичных данных, включающая их группировку, обобщение и оформление статистических таблиц.

3. *Статистический анализ* – на основе итоговых данных сводки рассчитываются различные обобщающие показатели в виде средних и относительных величин, выявляются определенные закономерности в распределениях, динамике показателей и т.п.

Любое статистическое исследование начинается с формулировки его цели и задач, а следовательно и тех сведений, которые могут быть получены в процессе наблюдения. После этого определяется объект и единица наблюдения, разрабатывается программа, выбирается вид и способ наблюдения.

Экспериментальные данные в сфере физической культуры и спорта обычно представляют собой результаты измерения некоторых признаков (спортивный результат и др.).

Часть объектов исследования, определенным образом выбранная из более обширной совокупности, называется *выборкой*, а исходная совокупность, из которой взята выборка, – *генеральной совокупностью*.

Центром математической статистики является самостоятельная методическая дисциплина – *прикладная статистика*.

Прикладная статистика разрабатывает и систематизирует понятия, приемы, математические методы и модели, предназначенные для организации сбора, стандартной записи, систематизации и обработки статистических данных с целью их удобного представления, интерпретации и получения научных и практических выводов.

Прикладная статистика нацелена на решение реальных задач. Большую роль играет методологическая составляющая — как именно ставить задачи, какие предположения принять с целью дальнейшего математического изучения. Велика роль современных информационных технологий, в частности, компьютерного эксперимента.

Хотя статистические данные собираются и анализируются с незапамятных времён, современная математическая статистика как наука была создана, по общему мнению специалистов, сравнительно недавно — в первой половине XX в. Именно тогда были разработаны основные идеи и получены результаты, излагаемые ныне в учебных курсах математической статистики. В настоящее время статистическая обработка данных проводится, как правило, с помощью ЭВМ с использованием соответствующих программных продуктов.

По типу решаемых задач прикладная статистика делится на разделы:

- описание данных;
- оценивание;
- проверка гипотез.

2. Статистическая закономерность, статистические совокупности

Познание закономерностей возможно только в том случае, если изучаются не отдельные явления, а совокупности явлений – ведь закономерности социально-экономических и естественных процессов проявляются в полной мере лишь в массе явлений.

Свойство статистических закономерностей – проявляться лишь в массе явлений при обобщении данных по достаточно большому числу единиц, получило название *закон больших чисел*. Например, при сравнении спортивных результатов двух групп легкоатлетов, тренировавшихся по разным методикам, заметить существенную разницу можно, только если в исследовании в каждой из групп будет участвовать достаточное количество испытуемых.

Статистические закономерности обладают свойством устойчивости, т.е. стабильности и повторяемости при повторных наблюдениях. Даже в случае повторения проведенных наблюдений другими исследователями с другими испытуемыми, обладающими такими же свойствами, как участники исходной группы, полученные результаты не должны существенно отличаться от исходных.

Статистика призвана выявлять закономерное. Она, опираясь на данные о каждом отдельном проявлении изучаемой закономерности, обобщает их и таким образом получает количественное выражение этой закономерности.

Статистическая совокупность состоит из **единиц совокупности**. Каждая **единица совокупности** представляет собой частный случай проявления изучаемой закономерности. Объединение единиц в совокупность объективно обоснованно.

Решение вопроса о единице совокупности и границах изучаемой совокупности зависит *от цели исследования и уровня исследования*.

Уровень исследования определяет круг выдвигаемых задач, и, наоборот, задачи исследования определяют уровень его организации.

Единица совокупности – это предел дробления объекта исследования, при котором сохраняются все свойства изучаемого процесса. Так, при исследовании физической подготовленности студентов учреждения высшего образования единицей совокупности является один студент.

Предметом статистического изучения являются совокупности – множество однокачественных варьирующих явлений:

– **пространственные данные** – число единиц совокупности велико, данные относятся к одному времени: $N \rightarrow \infty, t = 1$;

– **панельные** – близкие к пространственным данным: $N \rightarrow \infty, 1 < t \leq 10$;

– **временные ряды**: $N = 1, t \rightarrow \infty$.

Например, показатели физической подготовленности или функционального состояния студентов учреждений высшего образования города Минска, измеренные в течение единого короткого промежутка времени, можно определить как пространственные данные. Если же мы будем измерять интересующий нас набор показателей сначала у студентов, только что поступивших на первый курс, а затем повторим подобные измерения с той же группой испытуемых по окончании первого, второго и т.д. курса с целью отследить их физическое развитие, такие данные надо считать панельными. И, наконец, если мы отслеживаем динамику развития какого-либо школьника, периодически измеряя одни и те же показатели многократно через определенный промежуток времени, мы получаем временные ряды.

Признаки и их классификация

Единицы совокупности обладают определенными свойствами,

качествами. Эти свойства принято называть **признаками**. Например, признаки человека: возраст, образование, занятие, рост, вес, семейное положение и т.д.; признаки предприятия: форма собственности, специализация (отрасль), численность работников, величина уставного фонда, экономическая эффективность его деятельности и т.д.

Статистика изучает явления через их признаки: чем более однородна совокупность, тем больше общих признаков имеют ее единицы и меньше варьируют их значения.

Признаки различаются способами их измерения и другими особенностями, влияющими на приемы статистического изучения. Это дает основание для классификации признаков.

Основания классификации				
по характеру их выражения	по способу измерения	по отношению к характеризующему объекту	по характеру вариации	по отношению ко времени
1. Описательные	1. Первичные или учитываемые	1. Прямые (непосредственные)	1. Альтернативные	1. Моментные
2. Количественные	2. Вторичные или расчетные	2. Косвенные	2. Дискретные 3. Непрерывные	2. Интервальные

Описательные признаки выражаются словесно: национальность человека, специализация спортсмена, его амплуа, материал покрытия спортивной площадки. Описательные признаки подразделяются на номинальные и порядковые. Эти термины взяты из теории измерений. Отличия между ними в том, что номинальные – это описательные признаки, по которым нельзя ранжировать данные, а порядковые – это признаки, по которым можно ранжировать, упорядочивать данные. Например, пользуясь оценками экспертов, ранжируют фигуристов по технике и артистичности исполнения программы или работников по мастерству и т.д.

Количественные признаки выражены числами. Они играют преобладающую роль в статистике. Таковы возраст человека, численность студентов в учебной группе, заработная плата работников, население города, доход турфирмы и т.д.

Первичные признаки характеризуют единицу совокупности в целом. Это абсолютные величины. Они могут быть измерены, сосчитаны, взвешены и существуют сами по себе, независимо от их статистического изучения. Например, длина тела и масса тела спортсмена, площадь спортзала, количество различных наименований спортивного инвентаря, численность населения города.

Вторичные, или расчетные, признаки не измеряются непосредственно, а рассчитываются. Они являются продуктами человеческого сознания, результатом познания изучаемого объекта. Например, индекс массы тела, проба PWC170 для определения физической работоспособности человека, рейтинг WTA – система подсчета очков в женской теннисной ассоциации и т.п. Вторичные признаки представляют собой соотношения первичных признаков: деление массы тела в кг на квадрат длины тела в м дает индекс массы тела; зная мощность двух нагрузок, выполненных испытуемым, и его частоту сердечных сокращений (ЧСС) после первой и второй нагрузки по формуле определим индекс физической работоспособности PWC170 и т.д. Несмотря на расчетный характер признаков, они тоже имеют объективный характер. Процесс познания есть отражение объективных свойств явлений и процессов, и расчеты, статистические методы познания являются таким же необходимым средством отражения объективных свойств совокупности, как измерение, взвешивание. Вторичный – не означает второстепенный. Термин определяет только путь познания: сначала надо измерить значения первичных признаков, а уже потом, во вторую очередь, на основе первичных признаков рассчитать значения вторичных.

Прямые (непосредственные) признаки – это свойства, непосредственно присущие тому объекту, который ими характеризуется. Таковы возраст человека, численность работников фирмы, объем продаж турпутевок фирмой, численность студентов, обучающихся в учреждении образования.

Косвенные признаки являются свойствами, присущими не самому объекту, а другим совокупностям, относящимся к объекту, входящим в него. Например, успеваемость студентов как косвенный признак учебной группы. Хотя успеваемость не группы, а студентов – это их прямой признак, но ведь успеваемость характеризует и группу, которой принадлежат эти студенты (или даже целый факультет). Такова и оплата труда работников по отношению к учреждению. Это косвенный признак учреждения, но очень важный для того, кто собирается поступать на работу и выбирает место работы.

Практически деление признаков на прямые и косвенные совпадает с их делением на первичные и вторичные.

Признаки различаются в статистике и по характеру их вариации, т.е. по различиям их значений у разных единиц совокупности. Выделяются *альтернативные* признаки, которые могут принимать только два значения. Таковыми являются признаки обладания или необладания чем-то. Например, по итогам сессии всех студентов можно разделить на успевающих (имеющих оценки только от 6 до 10) и неуспевающих (которые получали оценки ниже 6). Альтернативным признаком являются пол человека, место проживания (город, село), семейное положение (женат/замужем или по каким-либо причинам не имеет семьи).

К *дискретным* относятся количественные признаки, которые могут принимать только отдельные значения, без промежуточных значений между ними. Дискретные признаки, как правило, целочисленные. Это число членов

семьи, количество этажей здания, комнат в квартире, количество очков, забитых мячей в матче.

Непрерывные, точнее, непрерывно варьирующие признаки способны принимать любые значения, конечно, в определенных границах. К непрерывным относятся расчетные вторичные признаки. Ведь их значения – результат деления, а оно может приводить к любым числам – целым, дробным, иррациональным. На практике значения непрерывных признаков округляют с конечной степенью точности, так что они становятся квазидискретными. В спорте такими признаками могут быть: время пробега дистанции, дальность прыжка в длину, дальность метания спортивного снаряда и т.д.

Моментные признаки характеризуют изучаемый объект в какой-то момент времени, установленный планом статистического исследования. Они существуют на любой момент времени и характеризуют наличие чего-либо: численность населения, количество очков и занятое место, завоеванное спортсменом или командой, количество студентов, обучающихся в учреждении образования, суммарная площадь учебных аудиторий и т.д.

К *интервальным* относятся признаки, характеризующие результаты процессов. Поэтому их значения могут возникать только за интервал времени: год, месяц, сутки, но не на момент времени. Таковы количество заданий, выполненных студентом за 45 минут, учебная нагрузка, выполненная преподавателем за учебный год, количество мячей, забитых футбольной командой за время чемпионата.

Единицы измерения моментных признаков относятся только к характеризваемым ими свойствам объектов, а единицы измерения интервальных признаков содержат еще и указание того отрезка времени, за который определено значение признака. Так, стоимость основных фондов турфирмы на 1 января выражается в тысячах рублей, а прибыль, полученная за январь, – в тысячах рублей за месяц.

Качество любого исследования зависит, прежде всего, от качества исходных данных. Данные, которые собираются исследователем для дальнейшей статистической обработки и формулировки выводов по ее результатам, должны удовлетворять определенным требованиям.

Требования, предъявляемые к собираемым данным:

– **достоверность**;

– **сопоставимость**.

Условиями обеспечения достоверности являются полнота охвата наблюдаемого объекта; полнота и точность регистрации данных по каждой единице наблюдения. Что касается признаков, используемых в качестве данных для исследования, их количество должно быть с одной стороны достаточным, чтобы с их помощью полностью охарактеризовать объект, а с другой стороны – минимально необходимым. Причем этот минимум зависит от цели исследования и должен быть точно и беспристрастно зафиксирован, измерен, взвешен.

Данные являются сравнимыми, если при повторении измерений с аналогичными единицами наблюдения, с использованием той же методики сбора данных будут получены результаты, которые отличаются от сравниваемых несущественно.

Сравнимость данных разных наблюдений выполняется, если использовались одни и те же единицы наблюдения, одна и та же методика регистрации первичных признаков и методика расчёта вторичных признаков.

Условия сравнимости: *сохранение времени проведения наблюдения*; соответствие хотя бы одному полному циклу изучаемого процесса; *стабильность объекта изучения*.

Первичные, или измеряемые данные могут быть получены из разных источников.

Источники получения первичных данных:

- непосредственное наблюдение;
- документы;
- опрос: экспедиционный, корреспондентский, саморегистрация.

Например, измерение роста, массы тела человека, фиксация показателей техники и тактики спортсмена, причем как при непосредственном наблюдении за его тренировочной или соревновательной деятельностью, так и с помощью видеоаппаратуры. В некоторых случаях исследователь по тем или иным причинам не может осуществлять непосредственное наблюдение испытуемых. Тогда на помощь исследователю приходят документы, из которых можно почерпнуть необходимую информацию. Такими документами могут быть протоколы соревнований, журналы учета тренировочных занятий, справки о заработной плате работников, технические паспорта спортивного оборудования и инвентаря и т.д. В некоторых случаях, за неимением лучших источников данных, их собирают путем опросов, анкетирования, саморегистрации. Однако, данные, полученные из последних источников нельзя считать качественными.

Непосредственное наблюдение и документальный способ обеспечивают наибольшую достоверность статистических данных.

Подготовка статистического наблюдения включает в себя следующие этапы:

1. Формулировка цели и основных гипотез.
2. Определение объекта и единицы наблюдения, составление программы наблюдения, сроков проведения, источников и способов сбора данных, подбор состава исполнителей.

Для определения границ объекта наблюдения устанавливается *ценз* – значение признака (или нескольких признаков), позволяющее отделить единицы наблюдения от других явлений. Например, мы можем установить, что единицами наблюдения в нашем исследовании будут гандболисты 1-го разряда. Принадлежность к виду спорта и спортивный разряд будут отличать наших испытуемых от других спортсменов.

Время регистрации данных для всех единиц устанавливается единое. В зависимости от объема измерительных процедур в качестве времени

регистрации данных может быть выбран один день, неделя или месяц.

Таблицы и графики

Таблица – это форма наиболее рационального изложения цифрового материала.

Основа (остов) статистической таблицы – это ряд взаимопересекающихся горизонтальных и вертикальных линий, образующих по горизонтали строки, а по вертикали – столбцы.

Каждая строка и каждый столбец имеют свое наименование, которое должно соответствовать содержанию таблицы. Таблица должна иметь указания, что это – таблица и название, определяющее ее содержание.

В таблице есть подлежащее и сказуемое. Подлежащим таблицы называется объект, который в ней характеризуется цифрами, сказуемое таблицы образует система показателей, которыми характеризуется объект изучения, т.е. подлежащее таблицы.

Виды таблиц:

1. *Простые* таблицы – это те таблицы, в подлежащем которых нет группировок. Они бывают перечневые, хронологические и территориальные.

2. *Групповые* таблицы. В них объект разделен на группы по тому или иному признаку.

3. *Комбинационные* таблицы. В них объект разделен на группы по двум и более признакам, взятым в комбинации.

Графиком называют наглядное изображение статистических величин при помощи геометрических линий и фигур или географических картосхем (картограмм).

В каждом графике существуют **основные элементы**:

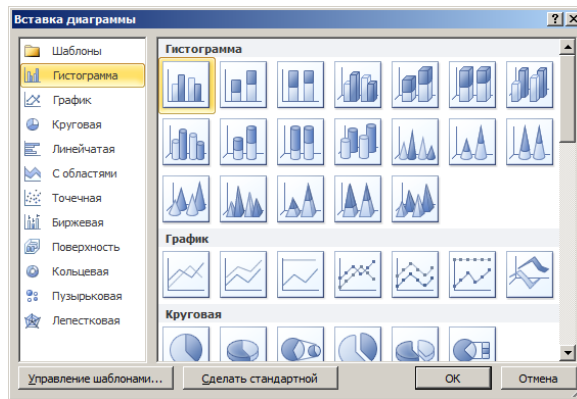
1. *Графический образ* (основа графика) – это геометрические знаки, совокупность точек, линий, фигур, с помощью которых изображаются статистические величины. В табличном процессоре Excel графический образ при вставке графика (диаграммы) выбирается как **Тип и Вид диаграммы**.

2. *Поле графика* – это то место, где расположены графические образы. В Excel это поле называется **Область построения**.

3. *Пространственные ориентиры*, определяющие размещение геометрических знаков на поле. На диаграмме Excel – это оси: **Горизонтальная ось (категорий)** и **Вертикальная ось (значений)**.

4. *Масштабные ориентиры*, дающие этим знакам количественную определенность. К таким ориентирам относятся масштабные метки на осях и линии сетки (основные и вспомогательные).

5. *Экспликация графика*, включающая в себя его название и соответствующие пояснения отдельных его частей. Это – заголовок диаграммы, заголовки осей, подписи данных, легенда.



Виды статистических графиков:

Статистические графики классифицируются с разных точек зрения. С точки зрения разрешаемых задач статистические графики можно разделить на:

- графики сравнения статистических показателей;
- графики структуры и структурных сдвигов;
- графики динамики;
- графики контроля выполнения плана;
- графики пространственного размещения и пространственной распространенности (картограммы и картодиаграммы);
- графики вариационных рядов (полигоны распределения);
- графики зависимости варьирующих признаков (например, корреляционное поле).

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Что означает слово «статистика»? Что мы понимаем под этим понятием?
2. Какие выделяют три основных этапа статистических исследований?
3. Что такое прикладная статистика? Каково ее назначение?
4. В чем заключается закон больших чисел?
5. Охарактеризуйте понятие статистической совокупности.
6. Что такое пространственные, панельные данные, временные ряды?
7. Как классифицируются признаки?
8. Что означают требования, предъявляемые к собираемым данным: достоверность и сопоставимость?
9. Каковы основные источники получения первичных данных? Охарактеризуйте их.
10. Какие этапы включает в себя подготовка статистического наблюдения?
11. Что такое таблица? Какие таблицы вы знаете?
12. Что такое график? Назовите его основные элементы.

Рекомендуемая для изучения литература

1. Основы математической статистики: учеб. пособие / под общ. ред. В. С. Иванова. – М. : Физкультура и спорт, 1990. – 176 с.
2. Начинская, С. В. Основы спортивной статистики : учеб. пособие для ин-тов физической культуры / С. В. Начинская. – Киев : Вища школа, 1987. – 187 с.
3. Масальгин, Н. А. Математико-статистические методы в спорте / Н. А. Масальгин. – М. : Физкультура и спорт, 1974. – 151 с.
4. Садовский, Л. Е. Математика и спорт. / Л. Е. Садовский, А. Л. Садовский – М.: Наука, 1985.– 192 с.
5. Шестаков, М. П. Статистика. Обработка спортивных данных на компьютере : учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений физ. культуры / М. П. Шестаков. – М. : ТВТ Дивизион, 2009. – 248 с.
6. Шупляк, В. И. Математическая статистика : курс лекций / В. И. Шупляк. – Минск : РИВШ, 2011. – 228 с.
7. Губа, В. П. Методы математической обработки результатов спортивно-педагогических исследований : учеб.-пед. пособие / В. П. Губа, В. В. Пресняков. – М. : Человек, 2015. – 288 с.

Тема 6. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ

План лекции

1. Статистическая гипотеза.
2. Статистический критерий.
3. Основной принцип проверки статистических гипотез.
4. Уровень значимости.

1. Статистическая гипотеза

В физическом воспитании и спорте часто при анализе какого-либо явления приходится по некоторым изменениям показателя делать обобщающий вывод. Например, после тренировочного занятия 18 легкоатлетов у трёх наблюдается неполное восстановление. Можно ли на этом основании судить о трудности тренировочного процесса или это случайность?

Так как указанные выводы делаются на основании относительно небольшого числа результатов измерения показателя ($n \leq 30$), необходима проверка достоверности (бесспорности) таких выводов.

Для этого применяются статистические гипотезы.

Статистической гипотезой называется предположение о свойстве генеральной совокупности, которое можно проверить, опираясь на данные выборки. Статистическую гипотезу обозначают символом H .

Обычно выдвигают и проверяют две противоречащие друг другу гипотезы:

- 1) нулевую (основную) H_0 ;
- 2) конкурирующую (альтернативную) H_1 .

Примеры статистических гипотез:

1. Нулевая гипотеза H_0 : закон распределения результатов измерения является нормальным. Конкурирующая гипотеза H_1 : закон распределения результатов измерения отличен от нормального.

2. Нулевая гипотеза H_0 : среднее арифметическое значение генеральной совокупности результатов измерения показателя после цикла тренировок не изменилось. Конкурирующая гипотеза H_1 : среднее арифметическое значение увеличилось (эффективна или нет методика тренировок).

3. Нулевая гипотеза H_0 : генеральная дисперсия спортивных результатов спортсмена в результате проведения тренировок не изменилась. Конкурирующая гипотеза H_1 : генеральная дисперсия уменьшилась (изменилась или нет стабильность результатов спортсмена).

2. Статистический критерий

Для проверки выдвинутых нулевых гипотез используют специальные статистические критерии, разработанные математиками (Колмогоровым,

Смирновым, Стьюдентом, Фишером, Пирсоном и др.).

Статистическим критерием называют определённое правило, задающее условия, при которых проверяемую нулевую гипотезу следует либо отклонить, либо принять.

Критерии подразделяются на три типа:

1. Критерии значимости, которые служат для проверки гипотез о параметрах распределений генеральной совокупности (чаще всего нормального распределения). Эти критерии называются *параметрическими* (критерии Стьюдента, Фишера и др.).

2. Критерии, которые для проверки гипотез не используют предположений о распределении генеральной совокупности. Эти критерии не требуют знания параметров распределений, поэтому называются *непараметрическими* (критерии Уилкоксона, Ван дер Вардена, Манна – Уитни).

3. Критерии, служащие для проверки гипотез о согласии распределения генеральной совокупности, из которой получена выборка, с ранее принятой теоретической моделью (чаще всего нормальным распределением), называются *критериями согласия* (критерий Шапиро и Уилка, хи-квадрат критерий).

С помощью критериев (обозначим их буквой K) выбирают одну из гипотез: нулевую или конкурирующую. Значение критерия, вычисленное по данным выборки, называют *наблюдаемым* значением критерия ($K_{набл}$). Совокупность значений критерия, при которых отвергают нулевую гипотезу, называют *критической областью*. Совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу принимают, называют *областью принятия гипотезы* (областью допустимых значений). Указанные области разграничены *критическим (граничным) значением критерия*, который находится по соответствующей таблице.

3. Основной принцип проверки статистических гипотез

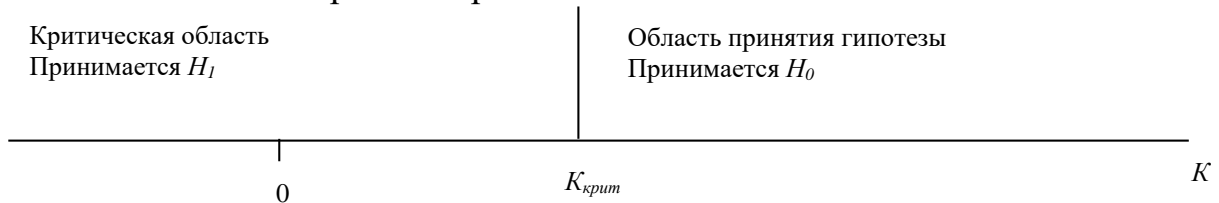
Основной принцип проверки статистических гипотез заключается в том, что если наблюдаемое значение критерия принадлежит критической области, то нулевую гипотезу отвергают и принимают конкурирующую. Если же оно принадлежит области принятия гипотезы – нулевую гипотезу принимают и отвергают конкурирующую.

1. Односторонняя критическая область используется, если, согласно конкурирующей гипотезе, одна рассматриваемая величина может быть только больше (или только меньше) другой величины. В зависимости от выбранного критерия односторонняя критическая область может быть правосторонней или левосторонней.

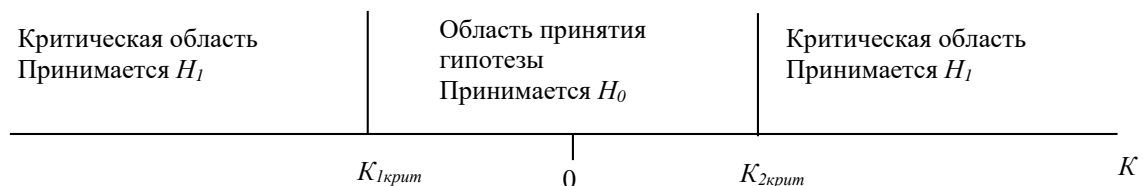
Схема правосторонней критической области:



Схема левосторонней критической области:



2. Двусторонняя критическая область используется, если, согласно конкурирующей гипотезе, одна рассматриваемая величина может быть как больше, так и меньше (не равна) другой.



Основные этапы проверки статистических гипотез следующие:

1. Исходя из задач исследования, формулируются статистические гипотезы.
2. Выбирается уровень значимости, на котором будут проверяться гипотезы.
3. На основе выборки, полученной из результатов измерения, определяется статистическая характеристика гипотезы.
4. Выбирается критерий для проверки статистической гипотезы.
5. Вычисляется наблюдаемое (фактическое) значение статистического критерия.
6. Определяется критическое значение статистического критерия по соответствующей таблице на основании выбранного уровня значимости и объема выборки.
7. На основе сравнения наблюдаемого и критического значения критерия в зависимости от результатов проверки нулевая гипотеза либо принимается, либо отклоняется в пользу альтернативной.

4. Уровень значимости

При проверке статистической гипотезы решение экспериментатора никогда не принимается с уверенностью, т.е. всегда существует некоторый риск принять неправильное решение. Исключить на 100 % этот риск невозможно. Экспериментатор может выбрать *вероятность* или *уровень значимости*. Самыми распространенными уровнями являются 0,001; 0,01;

0,05; 0,1. Уровень 0,05 означает, что выборочное значение может встретиться не чаще, чем 5 раз в 100 наблюдениях.

Величину $p = 1 - \alpha$ называют *доверительной вероятностью* (при уровне значимости 0,05 доверительная вероятность равна 0,95). Понятия уровня значимости и доверительной вероятности были рассмотрены нами ранее.

Ошибки, допускаемые при проверке гипотез, удобно разделить на два вида: 1) отклонение гипотезы H_0 , когда она верна, – *ошибка первого рода*; 2) принятие гипотезы H_0 , когда в действительности она не верна, – *ошибка второго рода*.

Вероятность ошибки первого рода и есть уровень значимости α . Величина α называется *уровнем значимости критерия*, по которому проверяется справедливость гипотезы H_0 . Иными словами, уровень значимости α – это вероятность попадания критерия K в критическую область, если верна нулевая гипотеза. Он служит для определения по таблицам критических значений критерия ($K_{крит}$), которые указывают положение критических точек, отделяющих критическую область от области принятия гипотезы. Обычно величина α выбирается малой. Поэтому попадание критерия K в критическую область при справедливости нулевой гипотезы маловероятно.

Чаще всего величину α принимают равной 0,05. Это означает, что вероятность ошибочно принять гипотезу H_1 при справедливости гипотезы H_0 равна только 5 %.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Что называют статистической гипотезой? Как называются выдвигаемые гипотезы?
2. Что называют статистическим критерием? На какие типы подразделяются критерии?
3. В чем заключается основной принцип проверки статистических гипотез?
4. Перечислите по порядку основные этапы проверки статистических гипотез.
5. Что такое уровень значимости? Чему он обычно равен?
6. Что такое доверительная вероятность? Чему она обычно равна?

Рекомендуемая для изучения литература

1. Основы математической статистики: учеб. пособие / под общ. ред. В. С. Иванова. – М. : Физкультура и спорт, 1990. – 176 с.
2. Сидоренко, Е. В. Методы математической обработки в психологии / Е. В. Сидоренко. – СПб. : Социально-психологический центр, 1996. – 350 с.

3. Шупляк, В. И. Математическая статистика : курс лекций /
В. И. Шупляк. – Минск : РИВШ, 2011. – 228 с.

Тема 8. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТЕ. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ОПТИМИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАНИЙ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

План лекции

1. Основные понятия математического моделирования. Создание математической модели. Выбор численного метода решения поставленной задачи и программы для его реализации.

2. Основные понятия исследования операций. Прямая и обратная задачи. Типичные задачи по оптимизации, которые могут быть рассмотрены методами теории исследования операций.

3. Оптимизация расстановки игроков баскетбольной команды при недостаточных сведениях о возможностях игроков.

1. Основные понятия математического моделирования. Создание математической модели. Выбор численного метода решения поставленной задачи и программы для его реализации

Понятие «модель» знакомо нам с детства. Кукла, игрушечные автомобили, самолеты и т. п. – все это модели объектов окружающего мира, отражающие интересующие нас свойства реальных объектов.

Под моделью принято понимать упрощенное представление о некотором объекте, процессе или явлении. Степень упрощения определяется запросами практики.

Построение моделей объектов с целью изучения с их помощью требуемых свойств объектов получило название моделирования.

Приведенные выше примеры моделей-игрушек являются примерами физического моделирования, при котором те или иные свойства объекта изучаются на его уменьшенной (иногда, увеличенной) копии. Так, например, для того, чтобы оценить поведение самолета в воздухе при определенной скорости, его уменьшенную модель обдувают в аэродинамической трубе воздушным потоком, имеющим ту же скорость. Однако в наше время физическое моделирование, за редким исключением, потеряло смысл. Действительно, оно не позволяет получать в опережающем режиме времени информацию о динамике изменения свойств объекта с течением времени, что необходимо знать при проектировании объекта для оптимизации его будущих эксплуатационных характеристик. (Заметим, что к изучению научно-методических задач в сфере физической культуры и спорта, в частности задач биомеханики, этот метод вообще не применим).

Другой разновидностью моделирования является информационное моделирование, которое имеет дело с информационными моделями. Примерами информационных моделей могут служить видеоматериалы, графики, таблицы, формулы, уравнения и т.д. В научных исследованиях в подавляющем большинстве случаев используются информационные модели,

обеспечивающие применение количественных методов исследования, то есть, математические модели. Математическое моделирование позволяет изучать самые разнообразные объекты и решать сопутствующие этому изучению задачи.

Сущность компьютерного моделирования системы заключается в создании компьютерной программы (пакета программ), описывающей поведение элементов исследуемой системы в процессе ее функционирования, учитывающей их взаимодействие между собой и внешней средой, и проведении на ЭВМ серии вычислительных экспериментов. Это делается с целью изучения природы и поведения объекта, его оптимизации и структурного развития, прогнозирования новых явлений. Перечислим требования, которым должна удовлетворять модель исследуемой системы:

1. Полнота модели, то есть возможность вычисления всех характеристик системы с требуемой точностью и достоверностью.

2. Гибкость модели, что позволяет воспроизводить и проигрывать различные ситуации и процессы, изменять структуру, алгоритмы и параметры изучаемой системы.

3. Длительность разработки и реализации, характеризующая временные затраты на создание модели.

4. Блочность структуры, допускающая добавление, исключение и замену некоторых частей (блоков) модели.

Кроме того, информационное обеспечение, программные и технические средства должны позволять модели обмениваться информацией с соответствующей базой данных и обеспечивать эффективную машинную реализацию и удобную работу пользователя.

К основным этапам компьютерного моделирования относятся:

1) постановка задачи, описание исследуемой системы и выявление ее компонентов и элементарных актов взаимодействия;

2) формализация, то есть создание математической модели, представляющей собой систему уравнений и отражающей сущность исследуемого объекта;

3) разработка алгоритма, реализация которого позволит решить поставленную задачу;

4) написание программы на конкретном языке программирования;

5) планирование и выполнение вычислений на ЭВМ, доработка программы и получение результатов;

6) анализ и интерпретация результатов, их сопоставление с эмпирическими данными. Затем все это повторяется на следующем уровне.

Разработка компьютерной модели объекта представляет собой последовательность итераций: сначала на основе имеющейся информации о системе S строится модель M_1 , проводится серия вычислительных экспериментов, результаты анализируются. При получении новой информации об объекте S учитываются дополнительные факторы, получается модель M_2 , поведение которой тоже исследуется на ЭВМ. После этого создаются модели M_3 , M_4 и т.д. до тех пор, пока не получится модель,

с требуемой точностью соответствующая системе S.

Используя построенную математическую модель изучаемого явления, можно по каким-то приближенным исходным данным, полученным, скажем, в результате измерений, получить в результате вычислений опять-таки приближенные численные значения интересующих нас характеристик явления.

Методы приближенного решения математических задач получили название численных (вычислительных) методов. Одна из важных проблем численных методов – проблема точности полученного результата. Естественно, что при работе с исходными приближенными данными полученный результат тем более будет приближенным и не более точным, чем исходные данные.

Величина, характеризующая точность результата, называется его погрешностью.

Есть четыре источника погрешности результата:

1. математическая модель;
2. исходные данные;
3. погрешности метода;
4. погрешность вычислений (возникающая из-за округлений).

Построение математической модели связано с упрощением исходного явления и недостаточно точным заданием входных данных. По отношению к численному методу, реализующему данную модель, погрешности построения модели и входных данных являются неустранимыми. Погрешность метода связана с тем, что точные операторы и исходные данные заменяются приближенными, ее целесообразно выбирать так, чтобы она была в 2-5 раз меньше неустранимой погрешности. Большая погрешность снижает точность ответа, а заметно меньшая – невыгодна, т.к. она требует увеличения объема вычислений. При рассмотрении неустранимой погрешности выделяют понятия абсолютной и относительной погрешностей.

Пусть X – точное значение величины, а X^* – ее приближенное значение.

Абсолютной погрешностью числа X^* называется величина $\Delta X^* = |X - X^*|$.
Относительной погрешностью называется величина $\delta X^* = \Delta X^* / |X^*|$

Рассмотрим следующий пример.

При измерении длины комнаты, при подлинном значении измеряемой величины, равном 6 м, получен результат 5,8 м. Таким образом, ошибка составила 0,2 м. С такой же ошибкой была измерена длина 9-километрового проспекта Победителей. Что можно сказать о точности этих двух измерений?

Очевидно, что точность результата лучше характеризует его относительная погрешность. В нашем примере абсолютная погрешность одна и та же в обоих измерениях, а относительные погрешности $1/29$ и $1/45000$, соответственно. Ясно что измерение проспекта выполнено несравнимо точнее.

За последние несколько десятков лет математика значительно изменилась. Если ранее владение математическими методами было уделом незначительного количества профессионалов, то теперь наблюдается

массовое применение математических методов в самых различных областях человеческой деятельности людьми, не обладающими глубокой математической подготовкой. Это связано, в первую очередь, с появлением компьютеров и ростом их вычислительной мощности и, во-вторых, их доступностью для многочисленного отряда пользователей. Сейчас, не обладая навыками программиста, любой может воспользоваться средствами математических пакетов и проводить довольно сложные расчеты, не используя специфических приемов программирования.

В деле реализации колоссальных возможностей ПК большая роль отводится созданию специализированных программных средств, позволяющих пользователю избежать рутинного программирования при решении сложных математических, физических и инженерных задач, тем самым сокращая время достижения поставленной цели.

Программное средство (пакет, система) MATHCAD, разработанное фирмой MathSoft Inc., на протяжении последних 20 лет успешно конкурирует с такими общепризнанными математическими программными средствами, как MATHEMATICA, MAPLE, MATLAB, DERIVE и др. Популярность MATHCAD объясняется тем, что наряду с огромным математическим потенциалом, программа обладает исключительно дружественным интерфейсом. Естественная математическая нотация при введении формул, простые правила редактирования, отсутствие скрытой информации на экране, интерактивная справочная система дают возможность пользователю за кратчайшее время освоить работу в среде MATHCAD.

Рассмотрим вариант использования пакета MATHCAD для создания математической модели движения сферического тела (спортивного ядра) в воздушной среде, брошенного под углом α к горизонту с начальной скоростью V_0 . Если не учитывать сопротивления воздуха, задача решается элементарными средствами. Максимальная дальность полета при нулевой начальной высоте имеет вид

$$L = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

С учетом лобового сопротивления силы, с которой среда препятствует движению тела относительно нее, элементарные средства бессильны. Задача сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями (задача Коши). Способы численного решения таких уравнений известны, но для этого надо иметь математическое образование. Мы же, используя среду MATHCAD, покажем, как можно решить эту задачу с приложением минимума усилий.

Величина лобового сопротивления (F_c) зависит от площади поперечного сечения тела, его обтекаемости, плотности и вязкости среды, а также относительной скорости тела:

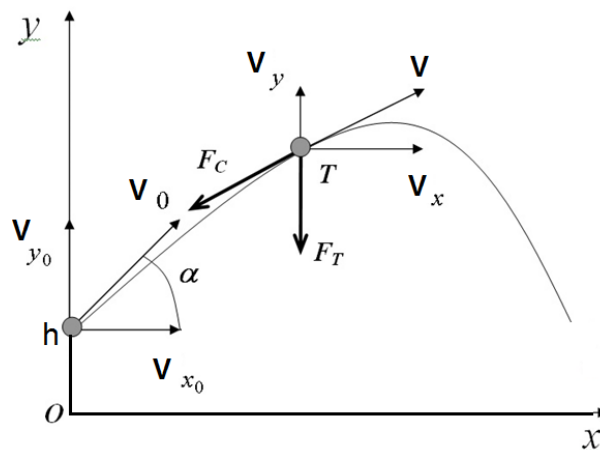
$$F_c = S_M \cdot C_x \cdot \rho \cdot V^2$$

где S_M — площадь наибольшего сечения тела (мидель), m^2 ; C_x — коэффициент лобового сопротивления, зависящий от формы тела (для шара он равен 0,48); ρ — плотность среды (воздуха — $1,29 \text{ кг/м}^3$); и V — относительная скорость среды и тела, m/c . Спортивное ядро для мужчин — цельнометаллический шар массой $7,257 \text{ кг}$ диаметром 120 мм . Имеем

$$F_c = \pi \cdot D^2/4 \cdot 0,48 \cdot 1,29 \cdot V^2 = b \cdot V^2, \text{ где} \\ b = 0,007$$

При построении математической модели условимся, что ось Ox системы координат направлена горизонтально в направлении выстрела, а ось Oy — вертикально вверх. Вектор скорости снаряда $\mathbf{V}(t)$ за время полета будет изменяться как по величине, так и по направлению, поэтому в модели рассматриваем его проекции на координатные оси. Горизонтальную составляющую скорости в момент времени t обозначим $V_x(t)$, а вертикальную — $V_y(t)$.

Пусть поверхность Земли плоская. Согласно законам механики, при сделанных предположениях движения тела в горизонтальном направлении является почти равномерным, а в вертикальном — равнозамедленным или равноускоренным с ускорением свободного падения g . Если с силой тяжести \mathbf{F}_T все достаточно просто (она свой вектор не меняет ни по величине, ни по направлению), то сила лобового сопротивления \mathbf{F}_c , действующая на ядро, пропорциональна квадрату скорости движения тела. Обозначим через \mathbf{F}_x и \mathbf{F}_y горизонтальную и вертикальную проекции вектора силы лобового сопротивления, причем $F_x/F = V_x/V$, $F_y/F = V_y/V$.



Задача сводится к решению системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} = -\frac{b}{M} V_x \sqrt{V_x^2 + V_y^2};$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial t} = -g - \frac{b}{M} V_y \sqrt{V_x^2 + V_y^2};$$

$$X(0) = 0; \quad Y(0) = h;$$

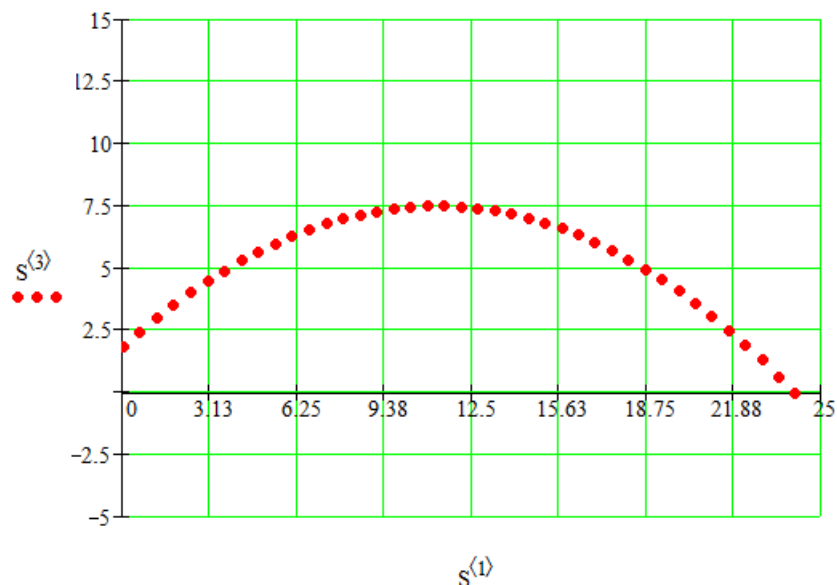
$$V_x(0) = V_0 \cos(\alpha); \quad V_y(0) = V_0 \sin(\alpha)$$

В среде MATHCAD решение выглядит следующим образом:

$$g := 9.87 \quad M := 7.257 \quad T := 2.3 \quad \alpha := \frac{\pi \cdot 45}{180} \quad b := 0.007 \quad V_0 := 15$$

$$IC := \begin{pmatrix} 0 \\ V_0 \cdot \cos(\alpha) \\ 1.8 \\ V_0 \cdot \sin(\alpha) \end{pmatrix} \quad D(t, X) := \begin{bmatrix} X_1 \\ \frac{-b}{M} \cdot X_1 \cdot \sqrt{(X_1)^2 + (X_3)^2} \\ X_3 \\ -g - \frac{b}{M} \cdot X_2 \cdot \sqrt{(X_1)^2 + (X_3)^2} \end{bmatrix}$$

$$S := \text{rkfixed}(IC, 0, T, 40, D)$$



Варьируя значения начальной скорости ядра, угла бросания, плотности среды можно получить ряд значений дальности полета снаряда, что может послужить рекомендацией при построении тренировочного процесса.

2. Основные понятия исследования операций. Прямая и обратная задачи. Типичные задачи по оптимизации, которые могут быть рассмотрены методами теории исследования операций

Целенаправленность действий является одним из характерных признаков, отличающих живое от неживого. Научные методы, ориентированные на организацию и исследование целенаправленных систем, получили общее название «исследование операций». Почему именно такое название?

Дело в том, что под операцией понимают всякое мероприятие (систему действий), объединенное единым замыслом и направленное к достижению какой-то цели.

Научная дисциплина «Исследование операций» начала формироваться в начале второй мировой войны в связи с необходимостью выдачи рекомендаций по ряду военных проблем (переброска войск к театрам военных действий, использование вооружений, распределение средств военного воздействия по различным объектам и т. п.). В последующем в поле зрения исследования операций попали всевозможные задачи мирного характера: распределение материальных ресурсов, управление запасами, организация труда, всевозможные транспортные задачи и многое другое.

Для оценки возможностей использования методов и идей исследования операций применительно к задачам физического воспитания и спорта напомним и поясним некоторые термины и понятия этой дисциплины:

1) Операция является управляемым мероприятием, и параметры, характеризующие ее организацию, выбираются так, чтобы по возможности наилучшим образом способствовать достижению поставленной цели. При этом в понятие «организация» включается и набор технических средств, используемых в операции. Решение о проведении (или не проведении) операции принимает оперирующая сторона, то есть лица, заинтересованные в проведении операции и располагающие необходимой для ее исследования информацией. Исследователь операции сообщает оперирующей стороне результаты проведенного им на основании полученной информации исследования.

2) Для того, чтобы применить к оценке операции количественные методы, операцию надо формализовать, т.е. построить ее математическую модель. Эта модель должна отражать все существенные черты операции, все факторы, от которых зависит успех операции. Вместе с тем модель должна быть по возможности простой, свободной от второстепенных факторов, усложняющих модель и делающих результаты исследования трудно воспринимаемыми.

Все величины, входящие в модель, можно подразделить на три группы. К первой группе относятся эндогенные (их называют также фазовыми) переменные. Они определяют состояние операции на данный момент времени. Эндогенные переменные (греч. Эндо – внутрь) должны определяться из самой модели операции. Ко второй группе относятся

экзогенные переменные (греч. Экзо – наружу). Эти переменные являются внешними по отношению к модели, т.е. не определяются из модели, а тем или иным способом задаются извне. И, наконец, к третьей группе относятся управления – переменные, значения которых задаются оперирующей стороной. Как и экзогенные переменные, они являются внешними по отношению к модели, но значения экзогенных величин не зависят от оперирующей стороны.

3) Всякий конкретный выбор параметров, зависящих от нас, называется решением или стратегией. Для сравнения решений между собой выбирается количественный критерий, отражающий целевую направленность операции (показатель эффективности операции, или целевая функция).

Решения называются оптимальными, если они по тем или иным признакам предпочтительнее других.

Математическая модель операции не определяется однозначно описанием операции, так как построение модели является искусством: именно, от составителя модели зависит, какие факторы считать существенными, а какие второстепенными. Поэтому полезно использовать несколько моделей и сравнивать результаты, полученные по разным моделям, для того, чтобы определить, какая из них более адекватна действительности. Проводимая таким образом процедура в численных методах называется вычислительным экспериментом

Создание математической модели является самым важным и ответственным этапом исследования, требующим, в первую очередь, глубокого знания существа моделируемого явления, и, кроме того, хорошего владения математическим аппаратом. Построение математической модели задачи исследования операций может потребовать использования того или иного математического аппарата: алгебраических или дифференциальных уравнений, методов математического программирования, методов теории вероятностей, статистики, случайных процессов и многих других. Поэтому наилучшие модели создаются специалистами в области проводимого исследования, владеющими необходимыми математическими методами, или коллективами, в которые входят и специалисты данной области, и математики.

Вместе с тем, не следует ставить знак равенства между исследованием операций и математическим моделированием, рассматривая их как две стороны одной и той же медали. Исследование операций невозможно без построения математических моделей, но математические модели можно строить не только для операций, но и для естественных (нецеленаправленных) явлений.

Решение проблемы методами исследования операций состоит из ряда этапов:

- Формулировка задачи, ситуации, процесса, описание исследуемого объекта на вербальном (словесном) уровне и их осмысливание.
- Выбор метода исследования и построение математической

модели (одной из возможных) задачи.

- Изучение, анализ модели, формализация связей (установление математических зависимостей) между параметрами, характеристиками модели.
- Построение критериев (функций цели), с помощью которых оцениваются возможные решения.
- Оптимизация построенных критериев на множестве возможных (допустимых) решений т. е. выбор оптимальных (предпочтительных в определенном смысле) решений.
- Сопоставление построенной модели и полученных решений с реальным объектом.
- Уточнение математической модели или построение иной, основанной на другом методе математической формализации.
- Выдача рекомендаций.
- Практическая реализация: принятие оптимального решения.

Различают два вида задач исследования операций: прямые и обратные.

Прямые задачи состоят в том, что определяется результат операции при заданных (не зависящих от нас) условиях и выбранном нами решении. Этим результатом может быть, в том числе, и значение критерия эффективности.

Обратные задачи заключаются в том, чтобы по заданному значению показателя эффективности определить решение (или решения), позволяющее достичь этого уровня эффективности, в частности, найти решение, дающее максимальное значение показателя эффективности.

Принято считать, что обратные задачи решать сложнее, чем прямые. На первый взгляд это действительно так. Ведь для того, чтобы найти идею решения обратной задачи, казалось бы, надо хотя бы несколько раз решить прямую задачу с разными наборами исходных данных. Однако в исследованиях ряда двигательных задач все может быть наоборот, например, при моделировании взаимодействия клюшки с шайбой нам совсем необязательно выстраивать сложное движение клюшки, достаточно, учитывая третий закон Ньютона, задать требуемую скорость движения шайбы навстречу клюшке.

3. Оптимизация расстановки игроков баскетбольной команды при недостаточных сведениях о возможностях игроков

Не так уж часто в результате изучения математической модели удается прийти к однозначному решению — найти единственное оптимальное решение. В подавляющем большинстве случаев удается лишь сузить область поиска оптимальных решений (которых может быть несколько), выделить решения, близкие к оптимальным, практически равноценные. Однако и это оказывается успехом, ибо существенно облегчает задачу лица, ответственного за принятие решений, выбрать какое-либо из них.

Несколько практических задач. Перечислим типичные задачи, которые могут быть рассмотрены методами теории исследования операций.

- Распределение игровых амплуа в спортивной команде (баскетбольной, хоккейной и др.), обеспечивающее наибольший эффект в игре.

- Системы организации чемпионатов, турниров и кубковых встреч (шахматных, теннисных, хоккейных и др.), обеспечивающие достижение определенных целей. Например, для: выявления первого и второго призеров кубковой встречи (с соблюдением определенных условий). Или, например, для того чтобы в матче двух шахматных команд обеспечить следующие естественные условия:

- все участники играют одинаковое число партий фигурами каждого цвета;

- в каждом туре участники обеих команд играют одинаковое число партий белыми и черными;

- Составление для спортсменов диеты, удовлетворяющей требованиям медиков и, в то же время, наиболее экономной и сохраняющей вес спортсмена в определенных рамках, а также подборка содержимого рюкзака с продуктами, обеспечивающая при наименьшем его весе необходимый рацион.

Эти примеры могут быть дополнены нескончаемым списком практических задач из самых различных областей человеческой деятельности.

Рассмотрим решение задачи о назначениях на примере расстановки игроков баскетбольной команды.

Опытный тренер, хорошо знающий своих игроков, обычно успешно справляется с проблемой распределения между ними игровых обязанностей. Задача, связанная с использованием запасных игроков в разных сочетаниях, оказывается более сложной, если команда имеет «длинную скамейку» (в команде много игроков примерно одного класса). В этой ситуации даже опытному тренеру может помочь рассмотрение соответствующей математической модели.

Для начала ограничимся рассмотрением достаточно простой и не столь уже редкой ситуации. Незадолго до ответственной встречи в команде были заменены не только ряд игроков, но также и тренер. Его место занял новый, недостаточно опытный наставник, к тому же мало знакомый с отдельными игроками и с их возможностями. Перед новым тренером стоит задача: распределить между игроками команды обязанности таким способом, чтобы общая результативность действий всей команды оказалась наибольшей.

Для применения методов исследования операций придадим задаче, сформулированной на вербальном уровне, более точную форму и займемся построением ее математической модели. Если ничего не знать об игроках, то нечего и решать, — можно действовать наугад. Поэтому полезны даже ограниченные сведения. Следует воспользоваться каким-либо приемом, позволяющим в приемлемые сроки познакомиться с возможностями всех игроков. Обычно поступают следующим образом. Членам команды предлагают серию тестов, позволяющих оценить их способности играть

центровым, защитником, разводящим, на левом и правом краях. Действия игроков, назовем их А, В, С, D, Е, оцениваются в некоторых условных баллах.

Умудренные опытом тренеры могут сказать: к чему все это, ведь каждый игрок имеет свое амплуа, и нечего ставить, скажем, центрального на левый край или разводящего на роль защитника. В определенной мере это так, но при наличии значительного числа запасных игроков проблема формирования команды, выставяемой на встречу, приобретает особую сложность. Решается она таким же методом, как поставленная выше упрощенная задача.

В рамках этого же метода тренер может решать и такой вопрос: выпускать ли ему двух центральных или двух защитников (вместо одного).

Сведем результаты тестирования в таблицу 1.

Таблица 1

Игрок	Защитник	Центровой	Разводящий	Левый крайний	Правый крайний
А	6	8	4	4	2
В	8	9	6	2	6
С	8	6	2	2	2
D	6	2	7	6	6
Е	2	6	2	4	2

Чем выше балл, тем предпочтительнее назначение игрока на соответствующее амплуа. Так, например, игрок В, вероятно, будет хорошим центральным и защитником, но слабым левым крайним, а игрок D, в общем-то, равно играет всюду, а центральным достаточно плохо.

Запомним смысл записанных чисел и будем работать с матрицей баллов Г:

$$\begin{pmatrix} 6 & 8 & 4 & 4 & 2 \\ 8 & 9 & 6 & 2 & 6 \\ 8 & 6 & 2 & 2 & 2 \\ 6 & 2 & 7 & 6 & 6 \\ 2 & 6 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Примем естественное предположение (критерий эффективности), согласно которому эффективность игры всей команды определяется суммой баллов, оценивающих игру каждого. Выбранный критерий обладает огромным достоинством — он линейно зависит от баллов каждого игрока. Из-за незначительного числа вариантов (малая размерность задачи) данную задачу можно решить «прямым перебором» возможных вариантов (их число равно $5! = 120$). Положение резко изменится к худшему, если в распоряжении тренера имеются запасные игроки, которые к тому же (как и основные) с различными партнерами играют с различной результативностью.

Будем считать, что результаты тестирования дают некоторые средние баллы, с учетом игры с разными партнерами. Даже при наличии по одному запасному игроку на каждое место в команде, т. е. при общем числе игроков, равном 10, соответствующая задача о назначениях требует перебора, вообще говоря, $10! = 3628800$ вариантов. Осуществление прямого перебора в этом случае невыполнимо; можно лишь воспользоваться ЭВМ. Для задачи о назначениях (она называется также задачей выбора) существует удобная для решения математическая модель. Модель формализуется в терминах линейного программирования — самого завершеного и нашедшего наиболее широкое применение, раздела математического программирования или теории исследования операций.

Построим математическую модель задачи о назначениях. Припишем игрокам А, В, С, D, Е, соответственно номера $i = 1, 2, 3, 4, 5$. Аналогично обозначим номерами $j = 1, 2, 3, 4, 5$ обязанности защитника, центрального, разводящего, левого и правого крайних соответственно. Затем введем в рассмотрение 25 неизвестных X_{ij} ($i = 1, \dots, 5, j = 1, \dots, 5$), значения которых мы станем интерпретировать как указания о назначении игрока под номером i на выполнение обязанностей типа j . При этом каждая из переменных X_{ij} может принимать лишь одно из двух возможных значений:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если игрок } i \text{ назначен на роль } j, \\ 0, & \text{в ином случае.} \end{cases} \quad (1)$$

Совокупность пока неизвестных величин X_{ij} составляет матрицу назначений

$$\begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} & X_{15} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & X_{25} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} & X_{35} \\ X_{41} & X_{42} & X_{43} & X_{44} & X_{45} \\ X_{51} & X_{52} & X_{53} & X_{54} & X_{55} \end{pmatrix}$$

В каждой строке и каждом столбце матрицы X лишь единственный из элементов равен 1, остальные равны нулю. Это обязательное условие (ограничение) может быть записано в соответствующей форме: сумма всех элементов по каждой строке (столбцу) равна 1:

$$\begin{aligned}
X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} &= 1, \\
X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} &= 1, \\
X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} &= 1, \\
X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} &= 1, \\
X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} &= 1, \quad (2)
\end{aligned}$$

К этому следует присоединить требование неотрицательности неизвестных

$$X_{ij} \geq 0 \quad (i=1, \dots, 5; j=1, \dots, 5). \quad (3)$$

Игрок под номером i , назначенный на амплуа j , внесет свою долю в общую эффективность $\Phi(X)$ в размере $a_{ij} * x_{ij}$. Здесь a_{ij} — элемент соответствующей матрицы баллов Γ , расположенный на пересечении ее i -й строки и j -го столбца. Общая эффективность игры команды составит сумму из 25 слагаемых

$$\Phi(X) = 6x_{11} + 8x_{12} + \dots + 2x_{55}. \quad (4)$$

Поиск матрицы назначений X , доставляющей эффективности $\Phi(X)$ наибольшее значение, сводится к следующей математической задаче: среди всех неотрицательных решений

$$X_{ij} \geq 0 \quad (i=1, \dots, 5; j=1, \dots, 5)$$

системы ограничений (1) и (2) выбрать такое, которое придает функции (4) наибольшее значение (оптимизирует $\Phi(X)$).

Сформулированная задача и есть математическая модель задачи о распределении обязанностей в баскетбольной команде (при отсутствии запасных игроков).

Допустим, что игроков в команде $n > 5$. Тогда введем дополнительно к известным пяти еще $k = n - 5$ фиктивных амплуа (мест в команде), считая, что на каждом из них тестовый балл a_{ij} ($i = 1, \dots, n; j = 6, 7, \dots, n$) каждого из игроков равен нулю. После такого шага приходим к известной уже задаче о выборе при равном числе претендентов и мест в команде. Возникает математическая модель, отличающаяся от (1) — (4) только числом переменных X_{ij} и числом ограничений.

Аналогичным путем могут быть сформулированы и просчитаны различные варианты задач, в которых, например, некоторые места сохраняются за основным составом, остальные — распределяются между запасными.

Решение общей задачи о назначениях может быть осуществлено универсальным симплекс-методом. Однако при большой размерности процесс решения весьма громоздок. Применение ЭВМ значительно облегчает решение. Листинг решения рассмотренной задачи в Mathcad имеет следующий вид:

Ввод конечных значений индексов:

```
ORIGIN := 1 m := 5 n := 5 i := 1..m j := 1..n
```

Матрица Γ и векторы ограничений:

$$\Gamma := \begin{pmatrix} 6 & 8 & 4 & 4 & 2 \\ 8 & 9 & 6 & 2 & 6 \\ 8 & 6 & 2 & 2 & 2 \\ 6 & 2 & 7 & 6 & 6 \\ 2 & 6 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad A := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad e1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad e2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Целевая функция:

$$\Phi(x) := \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\Gamma_{i,j} \cdot x_{i,j})$$

Начальные значения:

$$x := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Блок решения:

$$x \geq 0, x \cdot e1 = A \cdot x^T \cdot e2 = B \cdot \text{sol} := \text{Maximize}(\Phi, x)$$

Вывод результатов:

$$\text{sol} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \Phi(\text{sol}) = 33$$

Согласно полученному решению, оптимальная расстановка игроков, следующая: А – центровой, В- правый крайний, С – защитник, D – разводящий, Е – левый крайний.

Аналогично, по вышеуказанной методике, решается задача при наличии в команде запасных игроков.

Рассмотренное решение можно реализовать в среде Excel, Maple, Matlab и др. Однако, на наш взгляд, применение Mathcad предпочтительнее, благодаря понятному и достаточно простому пользовательскому интерфейсу. Применение Mathcad позволяет решить множество других задач по исследованию операций, встречающихся в различных спортивных дисциплинах.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Охарактеризуйте понятие «модель».
2. В чем различие физического и информационного моделирования?
3. Из-за чего возникают погрешности результата при моделировании?
4. Какая погрешность лучше всего характеризует точность результата?
5. Какие пакеты компьютерных программ используются для создания

математических моделей?

6. Что является предметом изучения научной дисциплины «исследование операций»?

7. В чем различие прямой и обратной задачи исследования операций?

8. Приведите примеры задач, которые могут быть рассмотрены методами теории исследования операций.

Рекомендуемая для изучения литература

1. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем: Учеб для вузов —М.: Высш. Шк., 2001. – 343 с.

2. Боев В.Д., Сыпченко Р.П., Компьютерное моделирование. — ИНТУ-ИТ.РУ, 2010. — 349 с.

3. Новицкий, О.А. Применение пакета Mathcad в спорте/ О.А. Новицкий, В.К. Пономаренко// Молодая спортивная наука Беларуси. Материалы Международной научно-практической конференции. Минск, 8–10 апреля 2014 г. / редкол.: Т.Д. Полякова (гл. ред.) [и др.]. – Минск: БГУФК, 2014. – Ч. 1. – С. 131 – 133

4. Таха Х.А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ.- М.: Издательский дом «Вильямс», 2005.- 912 С.

5. Садовский Л.Е., Садовский А.Л. Математика и спорт. – М.: «Наука», 1985.- 192 С.

6. Томас Х. Кормен и др. Глава 29. Линейное программирование // Алгоритмы: построение и анализ = Introduction to Algorithms. — 2-е изд. — М.: «Вильямс», 2006. — С. 1296.

7. Имамов А.И., Эргашев Б.С. Организация решения задач исследования операций в MATHCAD // Молодой ученый. – 2015. - №8. – С. 5 – 19.