Министерство спорта и туризма Республики Беларусь

Учреждение образования
«Белорусский государственный университет физической культуры»

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ИЗМЕРЕНИЙ В СПОРТЕ

Рекомендовано УМО по образованию в области физической культуры в качестве практикума для студентов учреждений высшего образования

Минск
БГУФК
2019

УДК 796.01:006.91(076)
ББК 75.1я73
С78

А в т о р ы:

С. Л. Рукавицына, канд. пед. наук, доцент (I, IV этапы);
Ю. О. Волков (II этап, вариант выполнения работы в Excel);
Л. Л. Солтанович (предисловие, I, III, V этапы);
М. Н. Рукавицына (образцы отчетов о работе)

Р е ц е н з е н т ы:

доцент кафедры легкой атлетики учреждения образования «Белорусский государственный университет физической культуры», кандидат педагогических наук, доцент *Э. П. Позюбанов;*

заведующий кафедрой медико-биологических основ физического воспитания учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат биологических наук, доцент *Н. Г. Соловьёва*

Статистическая обработка измерений в спорте : практикум /
С78 С. Л. Рукавицына [и др.] ; Белорус. гос. ун-т физ. культуры. – Минск : БГУФК, 2019. – 107 с.
ISBN 978-985-569-353-7.

Данный практикум составлен в соответствии с типовой учебной программой по учебной дисциплине «Спортивная метрология». Изложенный материал соответствует модулю 1 «Базовые понятия спортивных измерений и вероятностно-статистические методы в физическом воспитании и спорте». Приводятся основные положения теории и практические методы, широко используемые при контроле и управлении в физическом воспитании и спорте. В практикуме содержатся образцы оформления отчетов, возможно выполнение студентами работы с использованием электронных таблиц Excel.

Предназначен для студентов БГУФК и других учреждений высшего образования, изучающих учебную дисциплину «Спортивная метрология».

УДК 796.01:006.91(076)
ББК 75.1я73

ISBN 978-985-569-353-7

ВВЕДЕНИЕ

Математическая статистика – это раздел математики, посвященный методам сбора, анализа и обработки статистических данных для научных и практических целей.

Трудно найти современную область научных исследований, где бы не использовались методы математической статистики. В последнее время они нашли широкое применение в медицине, психологии, социологии, педагогике, физической культуре и спорте, т. е. в областях, сравнительно недавно считавшихся далекими от математики. Методы математической статистики применяются при обработке результатов измерений в спорте, поэтому являются неотъемлемым инструментарием учебной дисциплины «Спортивная метрология».

Данный практикум рекомендован студентам БГУФК и других УВО, изучающим учебную дисциплину «Спортивная метрология». Изложенный материал соответствует модулю 1 «Базовые понятия спортивных измерений и вероятностно-статистические методы в физическом воспитании и спорте» типовой учебной программы по учебной дисциплине. Практикум предназначен для студентов 3 курса специальностей 1-88 01 01 «Физическая культура (по направлениям)»; 1-88 01 02 «Оздоровительная и адаптивная физическая культура (по направлениям)»; 1-88 01 03 «Физическая реабилитация и эрготерапия (по направлениям)»; 1-88 02 01 «Спортивно-педагогическая деятельность (по направлениям)»; 1-89 02 01 «Спортивно-туристская деятельность (по направлениям)».

Успешное освоение предлагаемого в издании учебного материала способствует приобретению будущими специалистами в области спортивной педагогики навыков применения наиболее распространенных и достаточно эффективных методов контроля состояния спортсмена и математико-статистической обработки результатов.

Учебный материал представлен в форме, сочетающей элементы лабораторного практикума и деловой игры, позволяющей развивать у студентов творческое мышление при решении педагогических задач и быстро адаптироваться в профессиональном отношении после окончания БГУФК.

Данное пособие содержит теоретические сведения по темам каждого этапа лабораторного практикума, образцы выполнения расчетов и оформления отчета. Все математические выражения даются без доказательств в окончательном виде.

С внедрением информационных технологий в образовательный процесс в практикуме, помимо основного расчета, дан вариант вычисления на компьютере с помощью табличного процессора MS Excel.

В ходе деловой игры студент имитирует работу тренера СДЮСШ, решая ряд педагогических задач по управлению тренировочным процессом.

Преподаватель, выполняя функцию руководителя игры, выступает в роли инструктора-методиста.

Каждое занятие начинается с ознакомления студентов с моделью ситуации и последующей выдачи заданий и инструкций по решению студентом-«тренером» поставленной педагогической проблемы.

Определенная часть учебной работы выполняется студентами в часы внеаудиторных занятий. Во время аудиторных занятий студенты анализируют результаты работы, уточняют исходные данные, проводят дополнительные расчеты, принимают педагогические решения.

ИГРОВАЯ СИТУАЦИЯ

В практикуме предложена игровая ситуация, позволяющая студентам ощутить атмосферу работы в коллективе СДЮСШ.

Каждый студент имитирует работу тренера по подготовке группы из 10 спортсменов.

Примечание: *студенты могут имитировать работу тренеров любого вида спорта, но в этом случае в процессе сбора, обработки и анализа статистической информации ими должна быть учтена специфика этого вида спорта.*

ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА

Инструктор-методист (преподаватель по спортивной метрологии) предложил «тренерам» (студентам) внедрить в учебно-тренировочный процесс новую методику, являющуюся, по мнению ее авторов-разработчиков, эффективной для развития скоростных качеств высококвалифицированных спортсменов.

Для того, чтобы решить, следует ли использовать эту методику, «тренерам» рекомендовано проверить на тренируемых ими спортсменах **эффективность** предлагаемой методики.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Для проверки эффективности указанной методики «тренер» должен проследить, как в ходе тренировок по проверяемой методике изменяются показатели, характеризующие скоростные качества у спортсменов. Данные об этих показателях он получает с помощью выполняемого спортсменами специального теста. Чтобы быть уверенным в достоверности результатов тестирования, «тренер» рассчитывает показатели надежности и информативности специального теста. При необходимости он принимает меры по повышению надежности теста или его замене на более информативный. Убедившись в достаточной надежности и информативности теста, «тренер» с его помощью определяет у спортсменов исходный уровень развития скоростных качеств и уровень их развития после двух месяцев тренировок по проверяемой методике.

Статистическая обработка и сравнение результатов исходного и окончательного тестирований позволяет «тренеру» оценить эффективность проверяемой методики.

Вся игра разделена на 5 этапов. На каждом этапе «тренер» решает определенную метрологическую задачу и принимает конкретное педагогическое решение.

Материалы анализа и принятые «тренером» решения оформляются в виде отчета и представляются руководителю игры (преподавателю спортивной метрологии). Они обсуждаются также на «педагогическом совете СДЮСШ», в форме которого проводится одно из последних занятий учебной группы по спортивной метрологии.

Отчет студента-«тренера» представляется руководителю игры в тетради в клетку объемом 24 или 48 страниц или в электронном виде. При оформлении работы в тетради на обложке или первой странице делается надпись по следующему образцу:

ОТЧЕТ
студента 137 гр. Иванова И.
о проверке эффективности методики тренировки
с применением методов математической статистики

Разделы отчета оформляются в соответствии с образцами, приведенными в настоящем практикуме, в конце каждого этапа игры. Зачтенные отчеты хранятся на кафедре биомеханики до консультации перед экзаменом. Студенты, не отчитавшиеся за проделанную работу и не сдавшие тетрадь с отчетом или электронный вариант выполнения работы преподавателю, к экзамену по спортивной метрологии не допускаются.

I этап деловой игры
КОНТРОЛЬ И ИЗМЕРЕНИЯ В СПОРТЕ

Цель:

1. Ознакомиться с теоретическими основами контроля и измерений в спорте и физическом воспитании.
2. Приобрести навыки измерения показателей скоростных качеств у спортсменов.

1. КОНТРОЛЬ В ФИЗИЧЕСКОМ ВОСПИТАНИИ И СПОРТЕ

Физическое воспитание и спортивная тренировка – не стихийный, а управляемый процесс. В каждый момент времени человек находится в определенном физическом состоянии, которое определяется, главным образом, здоровьем (соответствием показателей жизнедеятельности норме, степенью устойчивости организма к неблагоприятным внезапным воздействиям), телосложением и состоянием физических функций.

Физическим состоянием человека целесообразно управлять, изменяя его в нужном направлении. Это управление осуществляется средствами физического воспитания и спорта, к которым, в частности, относятся физические упражнения.

Это только кажется, что преподаватель (или тренер) управляет физическим состоянием, воздействуя на поведение спортсмена, т. е. предлагая определенные физические упражнения, а также контролируя правильность их выполнения и получаемые при этом результаты. В действительности же поведением спортсмена управляет не тренер, а он сам. В ходе спортивной тренировки оказывается воздействие на самоуправляемую систему (организм человека). Индивидуальные различия в состоянии спортсменов не дают уверенности в том, что одно и то же воздействие вызовет одинаковую ответную реакцию. Поэтому актуален вопрос об обратной связи – информации о состоянии спортсмена, поступающей тренеру в ходе контроля тренировочного процесса.

Контроль в физическом воспитании и спорте базируется на измерениях показателей, отборе наиболее существенных из них и их математической обработке.

Управление учебно-тренировочным процессом включает в себя три стадии:

1) сбор информации;
2) ее анализ;
3) принятие решений (планирование).

Сбор информации обычно осуществляется во время комплексного контроля, объектами которого являются:

1) соревновательная деятельность;
2) тренировочные нагрузки;
3) состояние спортсмена.

Различают (В.А. Запорожанов) три типа состояний спортсмена в зависимости от длительности промежутка, необходимого для перехода из одного состояния в другое.

1. **Этапное** (перманентное) состояние. Сохраняется *относительно долго* – недели или месяцы. Комплексная характеристика этапного состояния спортсмена, отражающая его возможности к демонстрации спортивных достижений, называется подготовленностью, а состояние оптимальной (наилучшей для данного цикла тренировки) подготовленности – *спортивной формой*. Очевидно, что в течение одного или нескольких дней нельзя достигнуть состояния спортивной формы или утратить его.

2. **Текущее** состояние. Изменяется под влиянием одного или *нескольких занятий*. Нередко последствия участия в соревнованиях или выполненной на одном из занятий тренировочной работы затягиваются на несколько дней. В этом случае спортсмен обычно отмечает явления как неблагоприятного характера (например, мышечные боли), так и позитивного (например, состояние повышенной работоспособности). Такие изменения называют *отставленным тренировочным эффектом*.

Текущее состояние спортсмена определяет характер ближайших тренировочных занятий и величину нагрузок в них. Частный случай текущего состояния, характеризующийся готовностью к выполнению в ближайшие дни соревновательного упражнения с результатом, близким к максимальному, называется *текущей готовностью*.

3. **Оперативное** состояние. Изменяется под влиянием *однократного выполнения* физических упражнений и является временным (например, утомление, вызванное однократным пробеганием дистанции; временное повышение работоспособности после разминки). Оперативное состояние спортсмена изменяется в ходе тренировочного занятия и должно учитываться при планировании интервалов отдыха между подходами, повторными забегами, при решении вопроса о целесообразности дополнительной разминки и т. д. Частный случай оперативного состояния, характеризующийся немедленной готовностью к выполнению соревновательного упражнения с результатом, близким к максимальному, называется *оперативной готовностью*.

В соответствии с приведенной классификацией выделяют *три основных вида контроля состояния спортсмена:*

1) *этапный контроль*. Его цель – оценить этапное состояние (подготовленность) спортсмена;

2) *текущий контроль*. Его основная задача – определить повседневные (текущие) колебания в состоянии спортсмена;

3) *оперативный контроль*. Его цель – экспресс-оценка состояния спортсмена в данный момент.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ТЕСТОВ

Измерение или испытание, проводимое с целью определения состояния или способностей спортсмена, называется **тестом**. Процедура измерений или испытаний называется тестированием.

Любой тест включает в себя измерение. Но не всякое измерение служит тестом. В качестве тестов могут быть использованы лишь те, которые удовлетворяют следующим метрологическим *требованиям*:

1) цель;
2) стандартизация;
3) наличие системы оценок;
4) надежность и информативность (добротность) тестов;
5) вид контроля (этапный, текущий или оперативный).

Тест, в основе которого лежат двигательные задания, называется двигательным. Существует три группы двигательных тестов:

1. Контрольные упражнения, выполняя которые спортсмен получает задание показать максимальный результат. Результатом теста является двигательное достижение. Например, время, за которое спортсмен пробегает дистанцию 100 м.

2. Стандартные функциональные пробы, в ходе которых задание, одинаковое для всех, дозируется либо по величине выполненной работы, либо по величине физиологических сдвигов. Результатом теста являются физиологические или биохимические показатели при стандартной работе либо двигательные достижения при стандартной величине физиологических сдвигов. Например, процент увеличения ЧСС после 20 приседаний или скорость, с которой бежит спортсмен при фиксируемой величине ЧСС 160 уд/мин.

3. Максимальные функциональные пробы, в ходе которых спортсмен должен показать максимальный результат. Результатом теста являются физиологические или биохимические показатели при максимальной работе. Например, максимальное потребление кислорода или максимальная величина кислородного долга.

Высококачественное тестирование предполагает знание теории измерений.

3. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ИЗМЕРЕНИЙ

Измерение – это выявление соответствия между изучаемым явлением, с одной стороны, и числами – с другой.

Основы теории измерений составляют три понятия: шкалы измерений, единицы измерений и точность измерений.

3.1. Шкалы измерений

Шкала измерения – это закон, по которому численное значение присваивается измеряемому результату по мере его возрастания или убывания. Рассмотрим некоторые из применяемых в спорте шкал.

Шкала наименований (номинальная шкала)

Это самая простая из всех шкал. В ней числа выполняют роль ярлыков и служат для обнаружения и различения изучаемых объектов (например, нумерация игроков футбольной команды, номер учебной группы). Числа, составляющие шкалу наименований, разрешается менять местами. В этой шкале нет отношений типа «больше – меньше», поэтому некоторые полагают, что применение шкалы наименований не стоит считать измерением. При использовании шкалы наименований могут проводиться только некоторые математические операции. Например, ее числа нельзя складывать или вычитать, но можно подсчитывать, сколько раз (как часто) встречается то или иное число.

Шкала порядка

Есть виды спорта, где результат спортсмена определяется только местом, занятым на соревнованиях (например, единоборства). После таких соревнований ясно, кто из спортсменов сильнее, а кто слабее. Но насколько сильнее или слабее, сказать нельзя. Если три спортсмена заняли соответственно первое, второе и третье места, то каково различие в их спортивном мастерстве, остается неясным: второй спортсмен может быть почти равен первому, а может быть существенно слабее его и быть почти одинаковым с третьим. Места, занимаемые в шкале порядка, называются *рангами*, а сама шкала называется *ранговой* или *неметрической*. В такой шкале составляющие ее числа упорядочены по рангам (т. е. занимаемым местам), но интервалы между ними точно измерить нельзя. В отличие от шкалы наименований шкала порядка позволяет не только установить факт равенства или неравенства измеряемых объектов, но и определить характер неравенства в виде суждений: «больше – меньше», «лучше – хуже» и т. д.

С помощью шкал порядка можно измерять качественные, не имеющие строгой количественной меры, показатели. Особенно широко эти шкалы используются в гуманитарных науках: педагогике, психологии, социологии. Например, рейтинг испытуемых, оценки, выставляемые судьями в фигурном катании, художественной гимнастике.

К рангам шкалы порядка можно применять большее число математических операций, чем к числам шкалы наименований.

Шкала интервалов

Это шкала, в которой числа не только упорядочены по рангам, но и разделены определенными интервалами. Особенность, отличающая ее от описываемой дальше шкалы отношений, состоит в том, что нулевая точка выбирается произвольно. Примерами могут быть: календарное время (начало летоисчисления в разных календарях устанавливалось по различным причинам), суставной угол (угол в локтевом суставе при полном разгибании предплечья может приниматься равным либо нулю, либо 180°), температура, потенциальная энергия поднятого груза, потенциал электрического поля и др.

Результаты измерений по шкале интервалов можно обрабатывать всеми математическими методами, кроме вычисления отношений. Данные шкалы интервалов дают ответ на вопрос: «На сколько больше?», но не позволяют утверждать, что одно значение измеренной величины во столько-то раз больше или меньше другого. Например, если температура повысилась с 10 до 20 °С, то нельзя сказать, что стало в два раза теплее.

Шкала отношений

Эта шкала отличается от шкалы интервалов тем, что в ней нулевая точка не произвольна, а указывает на полное отсутствие измеряемого признака. Благодаря этому шкала отношений не накладывает никаких ограничений на математический аппарат, используемый для обработки результатов наблюдений.

В спорте по шкале отношений измеряют расстояние, силу, скорость и десятки других переменных. По шкале отношений измеряют и те величины, которые образуются как разности чисел, отсчитанных по шкале интервалов. Так, календарное время отсчитывается по шкале интервалов, а интервалы времени – по шкале отношений.

При использовании шкалы отношений (и только в этом случае!) измерение какой-либо величины сводится к экспериментальному определению отношения этой величины к другой подобной, принятой за единицу. Измеряя длину прыжка, мы узнаем, во сколько раз эта длина больше длины другого тела, принятого за единицу длины (метровой линейки в частном случае); взвешивая штангу, определяем отношение ее массы к массе другого тела – единичной гири «килограмма» и т. п.

Если ограничиться только применением шкал отношений, то можно дать другое (более узкое, частное) определение измерению: измерить какую-либо величину – значит найти опытным путем ее отношение к соответствующей единице измерения.

3.2. Единицы измерений

Чтобы результаты разных измерений можно было сравнить друг с другом, их выражают в одних и тех же единицах. Совокупность установленных определенным образом единиц для всех физических величин называют *системой единиц*.

В 1960 году на Международной генеральной конференции по мерам и весам была принята *Международная система единиц*, получившая сокращенное название СИ (от начальных букв слов System International). В настоящее время установлено предпочтительное применение этой системы во всех областях науки и техники, в народном хозяйстве, а также при преподавании.

СИ в настоящее время включает *семь* независимых друг от друга *основных* единиц (таблица 1.1).

Таблица 1.1 – Основные единицы СИ

Величина	Размер-ность	Единицы		
		Название	Обозначение	
			русское	междунар.
Длина	l	Метр	м	m
Масса	m	Килограмм	кг	kg
Время	t	Секунда	с	s
Сила электрического тока	I	Ампер	А	A
Температура	Q	Кельвин	К	K
Количество вещества	N	Моль	моль	mol
Сила света	g	Кандела	кд	cd

Кроме основных, в СИ выделены две *дополнительные* единицы: *радиан* – единица плоского угла и *стерадиан* – единица телесного угла (угла в пространстве).

Из указанных основных единиц в качестве производных выводят единицы других физических величин. *Производные* единицы определяются на основе формул, связывающих между собой физические величины. Например, единица длины (метр) и единица времени (секунда) – основные единицы, а единица скорости (метр в секунду) – производная. Производными являются также единицы площади – м^2, силы – Ньютон (кг×м/с^2) и др.

Путем добавления приставок получают *кратные* и *дольные* единицы. Например: километр, сантиметр, миллиграмм.

Существуют также *внесистемные* единицы, которые продолжают использовать наряду с единицами СИ: минута, час, мм. рт. ст., литр, тонна, калория и др.

3.3. Точность измерений

Никакое измерение не может быть выполнено абсолютно точно. Результат измерения неизбежно содержит погрешность, величина которой тем меньше, чем точнее метод измерения и измерительный прибор. Например, с помощью обычной линейки с миллиметровыми делениями нельзя измерить длину с точностью до 0,01 мм.

По происхождению различают *основную* и *дополнительную* погрешности.

Основная погрешность – это погрешность метода измерения или измерительного прибора, которая имеет место в нормальных условиях их применения.

Дополнительная погрешность – это погрешность измерительного прибора, вызванная отклонением условий его работы от нормальных. Понятно, что прибор, предназначенный для работы при комнатной температуре, будет давать неточные показания, если пользоваться им летом на стадионе под палящим солнцем или зимой на морозе. Погрешности измерения могут возникать в том случае, когда напряжение электрической сети или батарейного источника питания ниже нормы или непостоянно по величине.

По способу выражения погрешности бывают *абсолютные* и *относительные*.

Величина $X–A$, равная разности между истинным значением измеряемой величины (X) и показанием измерительного прибора (A), называется *абсолютной погрешностью* измерения. Она измеряется в тех же единицах, что и сама измеряемая величина. На практике часто используется отношение $X–A$ к X, называемое *относительной погрешностью* измерения. Для характеристики погрешности обычно указывают ее границы.

Число $\Delta(A)$ такое, что

$$|X - A| \le \Delta(A),$$

называется *границей абсолютной погрешности.*

Число $\delta(A)$ такое, что

$$\left|\frac{X - A}{X}\right| \le \delta(A),$$

называется *границей относительной погрешности.* Границы относительной погрешности часто выражают в процентах.

Относительная погрешность измерения бывает двух видов – действительной и приведенной. *Действительной относительной погрешностью* называется отношение границы абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины (или к показанию измерительного прибора):

$$\delta(A)_{\text{Д}} = \frac{\Delta A}{X} \times 100\ \%.$$

Приведенная относительная погрешность – это отношение границы абсолютной погрешности к максимально возможному значению измеряемой величины:

$$\delta(A)_{\text{П}} = \frac{\Delta A}{A_{\max}} \times 100\ \%.$$

Тот факт, что A является приближенным значением числа X с границей абсолютной погрешности $\Delta(A)$, принято записывать в виде:

$$X = A \pm \Delta(A).$$

Аналогичное соотношение для относительной погрешности имеет вид:

$$X = A(1 \pm \delta(A)).$$

Границы абсолютной и относительной погрешностей указывают на максимально возможное расхождение значений X и A.

По изменчивости различают *систематическую* и *случайную* погрешности.

Систематической называется погрешность, величина которой не меняется от измерения к измерению. В силу этой своей особенности систематическая погрешность часто может быть предсказана заранее или, в крайнем случае, обнаружена и устранена по окончании процесса измерения.

Способ устранения систематической погрешности зависит в первую очередь от ее природы. Систематические погрешности измерения можно разделить на три группы:

1) погрешности известного происхождения и известной величины;
2) погрешности известного происхождения, но неизвестной величины;
3) погрешности неизвестного происхождения и неизвестной величины.

Самые безобидные – погрешности первой группы. Они легко устраняются путем введения соответствующих поправок в результат измерения.

Ко второй группе относятся прежде всего погрешности, связанные с несовершенством метода измерения и измерительной аппаратуры. Например, погрешность измерения физической работоспособности с помощью маски для забора выдыхаемого воздуха: маска затрудняет дыхание, и спортсмен закономерно демонстрирует физическую работоспособность, заниженную по сравнению с истинной, измеряемой без маски. Величину этой погрешности нельзя предсказать заранее: она зависит от индивидуальных способностей спортсмена и его самочувствия в момент исследования.

Другой пример систематической погрешности этой группы – погрешность, связанная с несовершенством аппаратуры, когда измерительный прибор заведомо завышает или занижает истинное значение измеряемой величины, но величина погрешности неизвестна.

Погрешности третьей группы наиболее опасны, их появление бывает связано как с несовершенством метода измерения, так и с особенностями объекта измерения – спортсмена.

Случайные погрешности возникают под действием разнообразных факторов, которые ни предсказать заранее, ни точно учесть не удается. Случайные погрешности принципиально не устранимы. Однако, воспользовавшись методами математической статистики, можно оценить величину случайной погрешности и учесть ее при интерпретации результатов измерения. Без статистической обработки результаты измерений не могут считаться достоверными.

4. ИГРОВАЯ СИТУАЦИЯ И ОРГАНИЗАЦИЯ ИГРЫ НА I ЭТАПЕ

В ходе данного этапа игры «тренер» имитирует работу по сбору тест-информации, необходимой для оценки надежности и информативности теста, используемого при контроле за развитием скоростных качеств у тренируемых им «спортсменов».

Такая работа позволяет студенту получить представление о методах контроля в физическом воспитании и спорте, ознакомиться с основами теории тестов и теории измерений, приобрести практические навыки тестирования в спорте.

Для сбора всех указанных данных «тренер» комплектует из числа студентов своей учебной группы группу из 10 «спортсменов», подготовкой которых по проверяемой методике он якобы будет заниматься.

С этой целью перед началом игры составляется список всех участвующих в ней студентов. Каждый «тренер» берет себе в группу «спортсменов» из упомянутого списка таким образом, чтобы его группа на 2–3 человека отличалась по составу от групп других «тренеров».

Примечание: *ввиду того, что каждый участвующий в игре является одновременно и «тренером», и тренируемым, «тренер» может включать и себя в состав своей группы.*

После комплектования групп проводится тестирование «спортсменов». Полученные данные используются для оценки надежности и информативности специального теста, с помощью которого контролируются изменения скоростных качеств у спортсменов под влиянием тренировок по проверяемой методике (подробное описание специального теста дано ниже).

Специальный тест, используемый для измерения времени реакции у спортсменов

Тестирование времени реакции спортсменов проводится с помощью специального теста в виде файла «*Тест на реакцию.swf*», запускаемого с помощью браузера Internet Explorer.

После открытия файла содержимое окна программы выглядит следующим образом (рисунок 1.1):

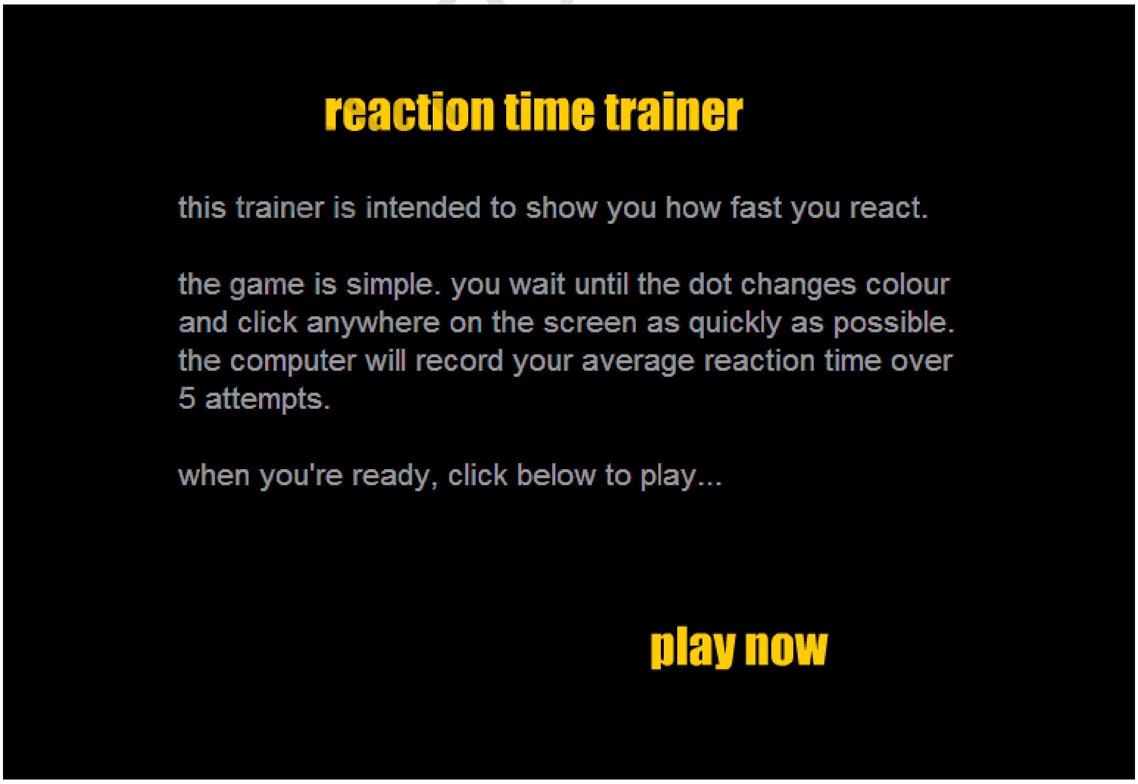


Рисунок 1.1 – Начальный вид окна программы для тестирования времени реакции

Для запуска процесса тестирования необходимо щелкнуть мышью по надписи «*play now*». При этом в центре экрана появится кружок красного цвета. На него надо незамедлительно поставить курсор мыши. Как только кружок изменит цвет на желтый, необходимо щелкнуть по нему левой кнопкой мыши. При этом программа зафиксирует время реакции, а кружок опять станет красным. Опять дожидаемся изменения цвета кружка и щелкаем мышью. Процедура повторяется 5 раз. По окончании тестирования программа вычисляет среднее значение (*average*), которое необходимо зафиксировать как итоговый результат *t* времени реакции (рисунок 1.2). Для повторного запуска программы надо щелкнуть по надписи «*play again*». При прохождении теста старайтесь не допускать фальстартов – щелчков до изменения цвета, потому что при этом будет засчитываться время реакции, равное 1 с. Результат получится настолько плохой, что его рекомендуется повторить.

Необходимо обратить внимание, что результат t должен фиксироваться студентами в миллисекундах. Для этого результат, показанный программой в секундах, надо умножить на 1000. Например, в нашем примере полученный результат 0,237 секунды следует зафиксировать как 237 мс.

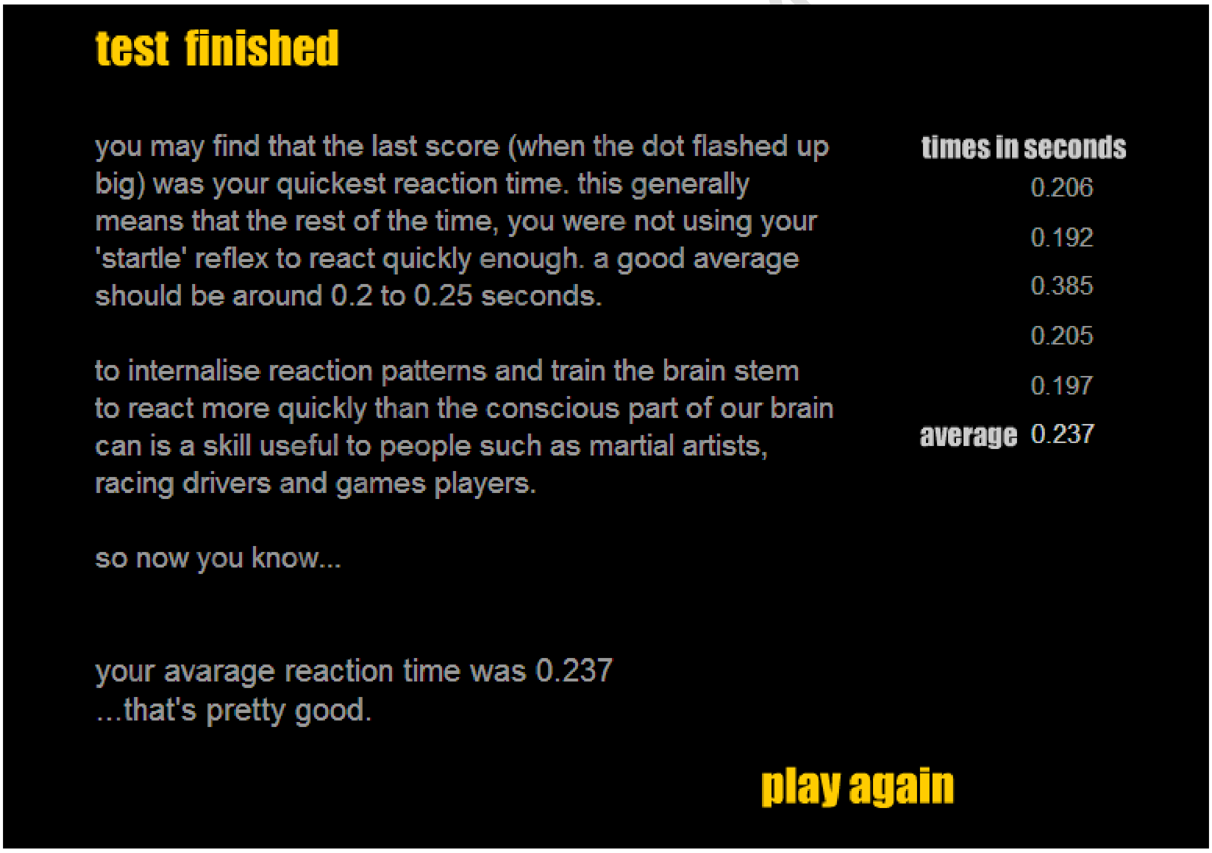


Рисунок 1.2 – Представление результатов программой для тестирования времени реакции

Результат *t*, показанный испытуемым, записывают все студенты-«тренеры», в чью группу входит данный «спортсмен».

Тест-критерий для оценки информативности специального теста, используемого для контроля за скоростными качествами у спортсменов

Группа спортсменов делится на подгруппы по 3–4 человека, в которых каждый «спортсмен» поочередно с другими спортсменами подгруппы выполняет функции то испытуемого, то контролера времени, то регистратора результатов тестирования. Испытуемый трижды с перерывами по 2 минуты работает на специальном устройстве, предназначенном для регистрации количества ударов за установленное время. Его задача в течение 10 с с максимально доступной ему частотой ударять по клавише устройства. Контролер времени с секундомером подает команды о начале и конце десятисекундной работы испытуемого. По завершении теста на табло прибора фиксируется выполненное количество ударов. Регистратор записывает результаты, показанные испытуемым, и подсчитывает их среднее арифметическое значение. Средний результат записывается каждым тренером в сводную таблицу в колонку «тест-критерий В».

Для оценки эффективности методики тренировки можно использовать другие тесты.

5. ПОРЯДОК РАБОТЫ НА I ЭТАПЕ

1. Ознакомиться с содержанием I этапа деловой игры.
2. Ознакомиться с теоретическими сведениями.
3. Ознакомиться с образцом оформления отчета о результатах работы на I этапе игры.
4. Проделать измерения, связанные с выполнением тестов А, Б, и В.
5. Оформить отчет о работе на I этапе игры в соответствии с представленным образцом.

ОТЧЕТ
о работе на I этапе игры
(*образец*)

Тема: Контроль и измерения в спорте.

Цели:

1. Ознакомиться с теоретическими основами контроля и измерений в спорте.
2. Приобрести навыки измерения показателей скоростных качеств у спортсменов.

Контрольные вопросы по I этапу работы:

1. Содержание и задачи деловой игры.
2. Контроль в физическом воспитании и спорте.
    2.1. Стадии управления учебно-тренировочным процессом.
    2.2. Объекты комплексного контроля.
    2.3. Разновидности состояния спортсмена.

3. Основы теории тестов.

3.1. Что называют тестом? Требования к тестам.

3.2. Классификация двигательных тестов.

4. Основы теории измерений.

4.1. Что называют измерением?

4.2. Шкалы измерений.

4.3. Единицы измерений.

4.4. Основная и дополнительная погрешности.

4.5. Абсолютная и относительная погрешности.

4.6. Систематическая и случайная погрешности.

Результаты выполнения спортсменами тестов А, Б, В и Г (после 2 месяцев тренировок)

№ п/п	Фамилия И.	Время реакции		Количество ударов за 10 с	
		(тест А) $t_i^А$, мс	(ретест Б) $t_i^Б$, мс	(тест-критерий В) $N_i^В$, уд.	(тест Г)* $N_i^Г$, уд.
1	Иванов И.	153	150	70	
2	Петров П.	168	162	74	
3	Сидоров С.	131	123	75	
4	Федоров Ф.	182	140	50	
5	Михайлов М.	168	167	70	
6	Павлов П.	144	141	93	
7	Александров А.	151	165	74	
8	Григорьев Г.	208	190	66	
9	Владимиров В.	189	173	62	
10	Прохоров П.	154	154	71	

Примечание: * – столбец с результатами теста Г будет заполнен при выполнении V этапа деловой игры.

После заполнения таблицы в письменной форме дать описание выполненных тестов.

Вариант выполнения работы в Excel

Для выполнения работы в Excel студент должен взять у преподавателя образцы готовых таблиц и внести результаты тестов.

1. Откройте файл «*1. Контроль и измерения в спорте.xlsx*», находящийся в папке «*Образцы таблиц Excel для отчетов*». В файле на листе «*Таблицы для заполнения*» содержится заготовка таблицы «*Результаты измерения скоростных качеств индивидуальной группы испытуемых*», а на листе «*Образцы готовых таблиц*» – образец заполнения таблицы.

2. В столбец «*Фамилия И.*» заготовки таблицы занесите список своей индивидуальной группы из 10 «тренируемых» (списки групп распределяет преподаватель).

3. С помощью браузера Internet Explorer откройте файл «*Тест на реакцию.swf*»

4. Под руководством преподавателя проведите измерения.

5. Пользуясь инструкцией, находящейся в файле, заполните таблицу на листе «*Таблицы для заполнения*» файла «*1. Контроль и измерения в спорте.xlsx*» (образец заполнения таблицы см. на рисунке 1.3 и на листе «*Образцы готовых таблиц*»).

6. Сохраните файл «*1. Контроль и измерения в спорте.xlsx*».

Результаты измерений скоростных качеств индивидуальной группы испытуемых

№ п/п.	Фамилия И.	Время реакции		Количество нажиманий за 10 с	
		(тест А) $t_i^А$, мс	(ретест Б) $t_i^Б$, мс	(тест-критерий В) $N_i^В$, уд.	Тест Г* $N_i^Г$, уд
1	Иванов И.	203	200	70	
2	Петров П.	218	212	74	
3	Сидоров С.	181	173	75	
4	Федоров Ф.	232	190	50	
5	Михайлов М.	218	217	70	
6	Павлов П.	194	191	93	
7	Александров А.	201	215	74	
8	Григорьев Г.	258	240	66	
9	Владимиров В.	239	223	62	
10	Прохоров П.	204	204	71	

Инструкция:

1. В столбец "Фамилия И." занесите список своей индивидуальной группы из 10-ти "тренируемых".
2. В столбцы "тест А", "ретест Б" и "тест-критерий В" занесите результаты тестирования "тренируемых".
3. Столбец с результатами теста Г будет заполняться при выполнении V этапа "деловой игры".

Рисунок 1.3 – Образец заполнения таблицы на I этапе деловой игры

II этап деловой игры
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ В СПОРТЕ

Цели:

1. Ознакомиться с наиболее распространенными методами статистической обработки результатов измерений в физическом воспитании и спорте.
2. Приобрести навыки расчета основных статистических характеристик выборки.
3. Научиться строить основные графики вариационного ряда (полигон распределения, гистограмма распределения).
4. Оценить репрезентативность исследуемых выборок, на основании чего сделать статистический вывод.

1. СИТУАЦИЯ И ОРГАНИЗАЦИЯ ИГРЫ НА II ЭТАПЕ

На I этапе данные о скоростных качествах, собранные в ходе тестирования «спортсменов» (эти данные составили выборки, обозначенные индексами А, Б и В), были упорядочены и сведены в статистическую таблицу.

На данном этапе игры «тренеру» предстоит выполнить работу по приобретению навыков выявления особенностей, характеризующих скоростные качества не каждого отдельно взятого «спортсмена», а группы «спортсменов» в целом: центральной тенденции каждой выборки и разброса показателей скоростных качеств, составляющих эти выборки.

С этой целью «тренер», пользуясь формулами, приведенными в образце отчета о работе на II этапе, рассчитывает для каждой выборки среднее арифметическое значение, моду, медиану, размах варьирования, дисперсию, стандартное отклонение, стандартную ошибку среднего арифметического и коэффициент вариации. Для каждой выборки строит полигон распределения и гистограмму распределения. На основании расчета основных статистических характеристик тренер проводит сравнительный анализ исследуемых выборок.

Правильность полученных при этом результатов проверяется «тренером» путем расчета этих же статистических характеристик на компьютере в специальной программе.

2. ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Предметом математической статистики является анализ результатов массовых, повторяющихся измерений. Результаты таких измерений всегда более или менее отличаются друг от друга. Даже если измеряется тот же самый объект в неизменных условиях, нельзя получить одинаковые данные. Из-за многочисленности причин, не поддающихся контролю и варьирующих от одного измерения к другому, результаты измерений всегда претерпевают *случайное рассеивание*. Аналогичное рассеивание бывает при однотипных измерениях в группе однородных объектов (например, измерения высоты прыжка у группы школьников одного класса). Хотя результат каждого отдельного измерения при случайном рассеивании заранее предсказать нельзя, это не означает, что мы имеем дело с полным хаосом. Массовые изменения однородных объектов, обладающих качественной общностью, обнаруживают определенные закономерности. Математическая статистика создает методы выявления этих закономерностей. Выделяют три основных этапа статистических исследований.

1. *Статистическое наблюдение*. Представляет собой планомерный, научно обоснованный сбор данных, характеризующих изучаемый объект. Оно должно удовлетворять следующим требованиям:

а) объекты наблюдения (испытуемые) должны быть одинаковыми (однородными) с точки зрения их свойств (квалификация, специализация, возраст, стаж работы и др.);

б) число объектов наблюдения должно быть достаточным, чтобы можно было выявить закономерности и обобщить их свойства.

2. *Статистические сводка и группировка*. Они являются важной подготовительной частью к статистическому анализу данных. Этот этап предусматривает:

а) систематизацию (группировку) данных;

б) оформление определенных статистических таблиц.

3. *Анализ статистического материала*. Это завершающий этап статистического подхода. Его проводят с использованием соответствующих математико-статистических методов.

3. СОСТАВЛЕНИЕ РЯДОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ИХ ГРАФИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

В процессе наблюдения или измерения какого-либо показателя получают ряд чисел. Численные результаты подразделяют на *дискретные* и *непрерывные*. К дискретным относят число подтягиваний на перекладине, число попыток и т. д., т. е. результаты, выражаемые целым числом; к непрерывным – время прохождения дистанции, время реакции, скорость движения и т. д., т. е. результаты, которые могут выражаться дробным числом, в частности, бесконечной дробью.

Генеральной совокупностью называется совокупность всех объектов, характеристики которых требуется определить. *Выборочной совокупностью,* или просто *выборкой,* называется часть объектов, определенным образом выбранных из общей генеральной совокупности.

Способы отбора:

– случайный;

– по определенной схеме;

– смешанный (сочетание первого и второго способов).

Например, длина тела студентов какого-либо УВО Республики Беларусь – выборочная совокупность, а длина тела студентов всех УВО – генеральная; в то же время длина тела студентов Беларуси – выборка по отношению к генеральной совокупности – всем студентам земного шара.

Генеральную совокупность мысленно можно представить так: это все объекты наблюдения (например, спортсмены), которые обладают теми же свойствами, что и объекты выборки. В самом общем случае под генеральной совокупностью понимают совокупность всех мыслимых значений наблюдений, которые могли бы быть сделаны при данном комплексе условий.

Один из центральных вопросов статистики: как обобщить результаты, полученные на выборке, на всей генеральной совокупности?

Предположим, что исследователь проводил эксперименты на группе тяжелоатлетов III разряда и нашел, что один из методов тренировки лучше, чем другие. Можно ли распространить его данные на всех тяжелоатлетов III разряда, или же сделанные им выводы справедливы только для той группы спортсменов, в которой проводился эксперимент? Если исследованием охвачена вся генеральная совокупность, оно называется *сплошным*. Например, если кому-либо удалось обследовать всех сильнейших спортсменов мира в каком-либо виде спорта, значит проведено сплошное исследование. Все остальные исследования называются *выборочными*. Одной из основных характеристик выборки является ее *объем* – n, который определяется числом объектов наблюдения, например, спортсменов в данном исследовании. Как проводится упорядочение и анализ выборки? Предположим, что у баскетболистов БГУФК измерили силу левой кисти. Результат измерений в килограммах (n = 100) представлен в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Пример выборочных результатов (n = 100)

№ п/п	1	2	3	4	5	6	...	99	100
x, кг	46	50	59	60	55	49	...	58	60
x, кг (ранжиров.)	36	36	38	38	40	40	...	70	74

В этой таблице числа записаны в той последовательности, в какой проходили измерения, т. е. случайным образом. Такие данные представляют неупорядоченную выборку. Третья строка – выборка упорядоченная, точнее – ранжированная. Ранжированием называют расстановку результатов измерений в порядке возрастания или убывания.

Выборки большого объема разбивают на интервалы. В простейшем случае их может быть два. Например, когда необходимо отобрать худших или лучших спортсменов. Однако для получения достаточно точных результатов число интервалов (его обозначают буквой k) должно быть больше. В зависимости от объема выборки количество интервалов устанавливают, придерживаясь формулы американского статистика Стерджесса:

$$k \approx 1+3{,}32\times\lg(n)=1+1{,}44\times\ln(n)$$

На основании формулы Стерждесса требуемое число интервалов для разного объема сведено в таблицу 2.2.

Таблица 2.2 – Рекомендуемое число интервалов для выборки разного объема

Объем выборки (n)	10–20	30–50	60–90	100–200	300–400
Число интервалов (k)	4	5–6	7	8	9

Тогда величина, или шаг интервала, определяется:

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{k}, \qquad (2.1)$$

где x_{max} – максимальный результат измерений в выборке, x_{min} – минимальный результат. В рассматриваемом примере (таблица 2.1) для $n = 100$ принимаем $k = 8$. Шаг интервала:

$$h = \frac{74 - 36}{8} = 4{,}75 \approx 5 \text{ кг}.$$

На основе значений k и h заполняют таблицу 2.3.

Таблица 2.3 – Вариационный ряд измерений

1	2	3
№ интервала	Граница интервала	Частота
1	36–41	7
2	41–46	10
3	46–51	19
4	51–56	29
5	56–61	18
6	61–66	11
7	66–71	5
8	71–76	1

В столбец 1 записываем порядковые номера интервалов.

Столбец 2 получают следующим образом: выбирают значение x (нижнюю границу 1-го интервала), равное x_{min} (из таблицы 2.1) – 36 + 5 = 41; получают верхнюю границу 1-го интервала (она же является нижней границей 2-го интервала); далее 41 + 5 = 46 и т. д.

Столбец 3 определяет *частоту*, или «встречаемость», значений выборки в каждом интервале. Она определяется числом результатов измерений, попавших в данный интервал. Под *частостью* понимают отношение частоты к общему числу элементов выборки (к ее объему). Сумма частот всех интервалов всегда равна объему выборок, а сумма частостей всех интервалов равна единице.

Из этой таблицы можно определить, как часто каждое значение результатов измерений встречается в каждой выборке. Распределение, представленное в столбцах 2 и 3, в статистике называют *вариационным рядом*.

Анализ вариационных рядов упрощается при графическом представлении. Рассмотрим основные графики вариационного ряда.

1. *Полигон распределения* (рисунок 2.1). График строится в прямоугольной системе координат. Величины измеряемого показателя откладываются на оси абсцисс, частоты (частости) – на оси ординат.

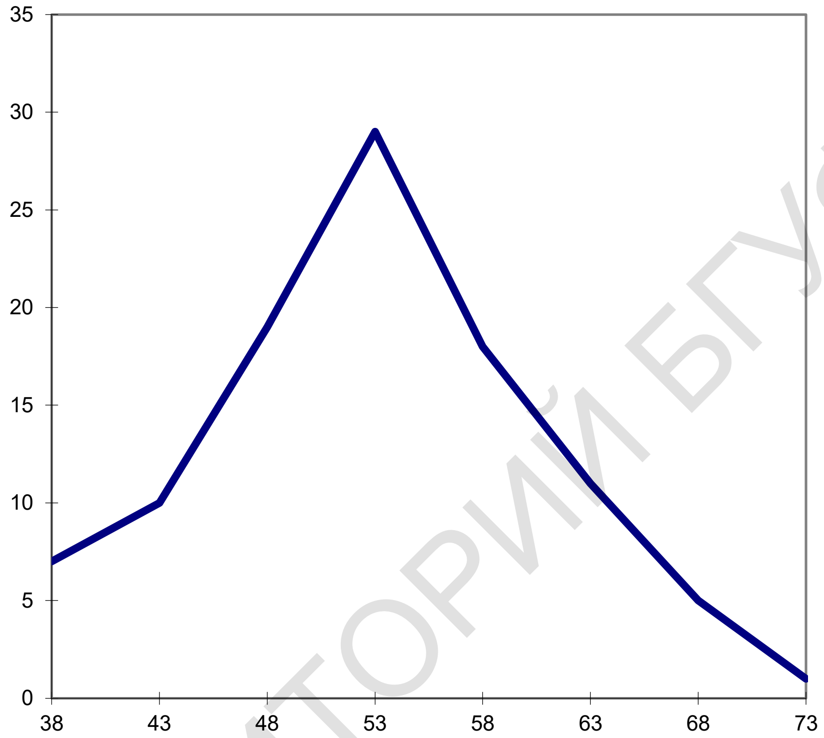


Рисунок 2.1 – Полигон распределения (на оси абсцисс – середины интервалов, на оси ординат – частоты)

2. *Гистограмма распределения* (рисунок 2.2). График строится аналогично полигону распределения, однако на оси абсцисс откладываются не точки (середины интервалов), а отрезки, отображающие интервал, а на оси ординат – частоты.

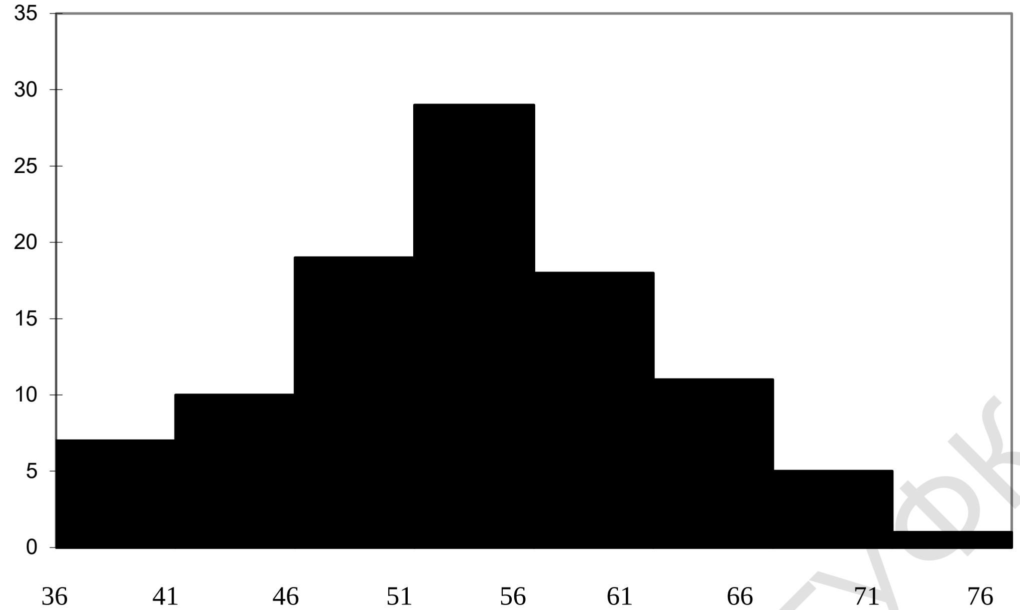


Рисунок 2.2 – Гистограмма (на оси абсцисс – интервалы, на оси ординат – частоты)

4. МЕРЫ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ТЕНДЕНЦИИ

Мера центральной тенденции служит для описания множества значений одним числом.

Центральную тенденцию выборки позволяют оценить такие статистические характеристики, как *среднее арифметическое значение, мода, медиана.*

Наиболее просто получаемой мерой центральной тенденции является мода. *Мода (Мо)* – это такое значение в множестве наблюдений, которое встречается наиболее часто. В совокупности значений (2, 6, 6, 8, 7, 33, 9, 9, 9, 10) модой является 9, потому что оно встречается чаще любого другого значения. В случае, когда все значения в группе встречаются одинаково часто, считают, что эта группа не имеет моды.

Когда два соседних значения в ранжированном ряду имеют одинаковую частоту и они больше частоты любого другого значения, мода есть среднее этих двух значений.

Если два несмежных значения в группе имеют равные частоты, и они больше частот любого значения, то существуют две моды (например, в совокупности значений 10, 11, 11, 11, 12, 13, 14, 14, 14, 17 модами являются 11 и 14); в таком случае группа измерений или оценок является *бимодальной*.

Наибольшей модой в группе называется единственное значение, которое удовлетворяет определению моды. Однако во всей группе может быть несколько меньших мод. Эти меньшие моды представляют собой локальные вершины распределения частот.

Медиана (Ме) – середина ранжированного ряда результатов измерений. Если данные содержат четное число различных значений, то медиана есть точка, лежащая посередине между двумя центральными значениями, когда они упорядочены.

Среднее арифметическое значение $\bar{x}$ для неупорядоченного ряда измерений вычисляют по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \ , \qquad (2.2)$$

где $\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + ... + x_n$. Например, для данных 4,1; 4,4; 4,5; 4,7; 4,8 вычислим $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{4{,}1 + 4{,}4 + 4{,}5 + 4{,}7 + 4{,}8}{5} = 4{,}5.$$

Каждая из вычисленных выше мер центра является наиболее пригодной для использования в определенных условиях.

Мода вычисляется наиболее просто – ее можно определить на глаз. Более того, для очень больших групп данных это достаточно стабильная мера центра распределения.

Медиана занимает промежуточное положение между модой и средним с точки зрения ее вычисления. Эта мера получается особенно легко в случае ранжированных данных.

Среднее множество данных предполагает в основном арифметические операции.

На величину среднего влияют значения всех результатов. Медиана и мода не требуют для определения всех значений. Посмотрим, что произойдет со средним, медианой и модой, когда удвоится максимальное значение в следующем множестве:

	$\bar{x}$	*Me*	*Mo*
Множество 1: 1, 3, 3, 5, 6, 7, 8	33/7	5	3
Множество 2: 1, 3, 3, 5, 6, 7, 16	41/7	5	3

На величину среднего особенно влияют результаты, которые называют «выбросами», т. е. данные, находящиеся далеко от центра группы оценок.

5. ВЫБОР МЕРЫ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ТЕНДЕНЦИИ

Выбор меры центральной тенденции требует определенного размышления:

– в шкале наименований единственно подходящей мерой является мода;

– в малых группах мода может быть нестабильной. Например, мода группы: 1, 1, 1, 3, 5, 7, 7, 8 равна 1; но если одна из единиц превратится в нуль, а другая – в два, то мода будет равна 7;

– на медиану не влияют величины «больших» и «малых» значений. Например, в группе из 50 значений медиана не изменится, если наибольшее значение утроится;

– на величину среднего влияет каждое значение. Если одно какое-нибудь значение меняется на *c* единиц, $\bar{x}$ изменится в том же направлении на *c/n* единиц;

– среднее арифметическое может быть вычислено только в шкалах интервалов и отношений, эта величина действительна, когда отсутствуют «выбросы», например, в выборке 5, 7, 8, 9, 10, 12, 50, где число 50 сильно отличается от остальных членов последовательности, среднее не будет характеризовать центральную тенденцию.

Характеристики центра ряда всегда необходимо дополнять показателями вариации, или колеблемости.

6. ХАРАКТЕРИСТИКИ ВАРИАЦИИ

К характеристикам *вариации*, или *колеблемости*, результатов измерений относят размах варьирования, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, стандартную ошибку средней арифметической.

Самой простой характеристикой вариации является *размах варьирования*. Его определяют как разность между наибольшим и наименьшим результатами измерений:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

Однако он улавливает только крайние отклонения, но не отражает отклонений всех результатов.

Чтобы дать обобщающую характеристику, можно вычислить отклонения от среднего результата. Например, для ряда 3, 6, 3 значения $(x_i - \bar{x})$ будут следующими: $3 - 4 = -1$; $6 - 4 = 2$; $3 - 4 = -1$. Сумма этих отклонений $(-1) + 2 + (-1)$ всегда равна 0. Чтобы избежать этого, значения каждого отклонения возводят в квадрат: $(-1)^2 + 2^2 + (-1)^2 = 6$.

Значение $(x_i - \bar{x})^2$ делает отклонения от средней более явственными: малые отклонения становятся еще меньше ($0{,}5^2 = 0{,}25$), а большие – еще больше ($5^2 = 25$). Получившуюся сумму $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ называют *суммой квадратов отклонений*. Разделив эту сумму на число измерений, получают средний квадрат отклонений, или *дисперсию*. Она обозначается σ^2 и вычисляется по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}. \tag{2.3}$$

Если число измерений не более 30, т. е. $n \leq 30$, используется формула:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}. \tag{2.4}$$

Величина $n - 1 = k$ называется *числом степеней свободы*, под которым подразумевается число свободно варьирующих членов совокупности. Установлено, что при вычислении показателей вариации один член эмпирической совокупности всегда не имеет степени свободы.

Эти формулы применяются, когда результаты представлены неупорядоченной (обычной) выборкой.

Из характеристик колеблемости наиболее часто используется *среднее квадратическое отклонение*, которое определяется как положительное значение корня квадратного из значения дисперсии, т. е.:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}\ . \qquad (2.5)$$

Среднее квадратическое отклонение или *стандартное отклонение* характеризует степень отклонения результатов от среднего значения в абсолютных единицах и имеет те же единицы измерения, что и результаты измерения.

Однако для сравнения колеблемости двух и более совокупностей, имеющих различные единицы измерения, эта характеристика не пригодна.

Коэффициент вариации определяется как отношение среднего квадратического отклонения к среднему арифметическому, выраженное в процентах. Вычисляется он по формуле:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\ \%\ .$$

В спортивной практике колеблемость результатов измерений в зависимости от величины коэффициента вариации считают небольшой (0–10 %), средней (11–20 %) и большой (V > 20 %).

Коэффициент вариации имеет большое значение в спортивной метрологии, так как, будучи величиной относительной (измеряется в процентах), позволяет сравнивать между собой колеблемость результатов измерений, имеющих различные единицы измерения. Коэффициент вариации можно использовать лишь в том случае, если измерения выполнены в шкале отношений.

7. СТАНДАРТНАЯ ОШИБКА СРЕДНЕГО АРИФМЕТИЧЕСКОГО

Чтобы судить о том, насколько точно проведенные измерения отражают состав генеральной совокупности, необходимо вычислить стандартную ошибку средней арифметической выборочной совокупности.

Стандартная ошибка средней арифметической характеризует степень отклонения выборочной средней арифметической от средней арифметической генеральной совокупности.

Стандартная ошибка средней арифметической вычисляется по формуле:

$$S_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,$$

где σ – стандартное отклонение результатов измерений, n – объем выборки.

Зачастую мы имеем дело с одной случайной выборкой и с одной полученной при ее обработке выборочной средней. Задача заключается в суждении о величине неизвестной генеральной средней по полученной неточной величине случайной выборочной средней.

Вычислим среднюю ошибку найденного выборочного среднего значения роста:

$$\overline{H} = 195 \text{ см}; \ \sigma = 8{,}8 \text{ см}; \ S_{\overline{H}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{8{,}8}{\sqrt{10}} = 2{,}8 \text{ см.}$$

2,8 см составляют не максимальную, а среднюю возможную ошибку среднего. Отдельные выборочные средние могут отклоняться от генеральной как больше, так и меньше, чем на 2,8 см.

8. РЕПРЕЗЕНТАТИВНОСТЬ ВЫБОРОЧНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Чтобы получить исчерпывающую информацию о состоянии той или иной статистической совокупности, нужно учесть весь ее состав без исключения. Однако в силу разных обстоятельств не всегда есть возможность прибегать к сплошному обследованию изучаемых совокупностей. Вследствие этого анализу подвергается какая-то их часть, по которой судят о состоянии всей совокупности в целом. Эта отобранная из генеральной совокупности часть называется *выборкой*.

Характеристики генеральной совокупности – средняя величина, дисперсия, среднее квадратическое отклонение – представляют собой величины постоянные. По отношению к ним соответствующие выборочные характеристики, которые служат оценками генеральных параметров, являются величинами случайными: они могут совпадать и не совпадать с величиной генеральных параметров. Отсюда возникает вопрос о репрезентативности выборочных показателей.

9. ОШИБКИ РЕПРЕЗЕНТАТИВНОСТИ

Возможные отклонения выборочных показателей от их параметров в генеральной совокупности называются *ошибками репрезентативности.*

Эти ошибки неизбежны и возникают потому, что исследованию подвергается не вся генеральная совокупность, а только ее малая доля (выборка).

Это ошибки не технические, а статистические, возникающие не в процессе измерений или учета единиц совокупности и не вследствие вычислительной работы, а исключительно в силу недостаточной точности, с какой выборка представляет собой генеральную совокупность. Но, как и ошибки, допускаемые при измерении, выборочные ошибки, или ошибки репрезентативности, могут быть и случайными, и систематическими. Первые возникают независимо от воли экспериментатора, вторые являются следствием несоблюдения условий репрезентативности при образовании выборочной совокупности.

Систематические ошибки снимаются с устранением вызывающих их причин, главным образом, при соблюдении принципа рандомизации, который предполагает, что доброкачественная выборка должна быть объективной, т. е. производиться без предвзятых побуждений, при исключении субъективных влияний на ее состав.

Случайные же ошибки репрезентативности остаются и должны учитываться при оценке генеральных параметров по данным выборочных наблюдений. При сплошном изучении генеральной совокупности ошибки репрезентативности не имеют места.

Размеры выборочных ошибок зависят главным образом от объема выборки и от размаха варьирования. В частности, чем больше объем выборки, тем меньше выборочная средняя характеристика отличается от генеральной средней. Следовательно, при увеличении числа испытаний ошибка выборочной средней будет уменьшаться, т. е. при $n \to \infty$; $S_{\bar{x}} \to 0$. На величину средней ошибки влияет также размах варьирования признака: чем больше размах варьирования, тем больше будет и величина выборочной ошибки, при сравнительно слабом варьировании признака ошибка средней арифметической оказывается меньше.

10. ПОРЯДОК РАБОТЫ НА II ЭТАПЕ

1. Ознакомиться с ситуацией и организацией игры на II этапе.
2. Ознакомиться с теоретическими сведениями.
3. Ознакомиться с образцом отчета о работе на II этапе.
4. Рассчитать основные статистические характеристики выборок.
5. Построить основные графики вариационного ряда (полигон распределения, гистограмма распределения) для выборок А, Б и В.
6. Оформить отчет о проделанной работе (по образцу, приведенному далее).

ОТЧЕТ
о работе на II этапе игры
(*образец*)

Тема: Математические методы статистической обработки результатов измерений в спорте.

Цели:

1. Ознакомиться с наиболее распространенными методами статистической обработки результатов измерений в физическом воспитании и спорте.
2. Приобрести навыки расчета основных статистических характеристик выборки.
3. Научиться строить основные графики вариационного ряда (полигон распределения, гистограмма распределения).

Контрольные вопросы по II этапу работы:

1. Предмет математической статистики.
2. Этапы статистического обследования.
3. Дискретные и непрерывные ряды.

4. Выборочная и генеральная совокупности. Объем выборки.
5. Что называют ранжированием ряда?
6. Полигон и гистограмма распределения.
7. Основные статистические характеристики центра ряда.
8. Характеристики вариации.
9. Понятие репрезентативности выборочных показателей, ошибки репрезентативности.

Статистическая обработка результатов измерений,
проведенных в группе «тренера» Иванова И.
(Ф.И.О. студента, пишущего отчет)

Расчет основных статистических характеристик выборки А:

№ п/п	$t_i^{\text{А}}$, мс	$t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}$, мс	$\left(t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}\right)^2$, мс^2
1	153	–12	144
2	168	3	9
3	131	–34	1156
4	182	17	289
5	168	3	9
6	144	–21	441
7	151	–14	196
8	208	43	1849
9	189	24	576
10	154	–11	121

$\sum t_i^{\text{А}} = 1648$ мс $\qquad \sum\left(t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}\right)^2 = 4790$ мс^2

Определим характеристики центральной тенденции: моду, медиану и среднее арифметическое.

Для этого запишем выборку А в порядке возрастания, т. е. составим ранжированный ряд.

131, 144, 151, 153, 154, 168, 168, 182, 189, 208.

Мода = 168 мс.

Медиана = (154 + 168)/2 = 161 мс.

Среднее арифметическое значение выборки А:

$$\bar{t}^{\text{А}} = \frac{\sum t_i^{\text{А}}}{n} = \frac{1648}{10} = 164{,}8 \approx 165 \text{ мс}.$$

Определим характеристики вариации:

Дисперсия:

$$\sigma_{\text{А}}^2 = \frac{\sum\left(t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}\right)^2}{n-1} = \frac{4790}{9} = 532{,}2 \text{ мс}^2.$$

Среднее квадратическое (стандартное) отклонение:

$$\sigma_{\text{А}} = \sqrt{\sigma_{\text{А}}^2} = \sqrt{532{,}2} = 23{,}1 \text{ мс}.$$

Стандартная ошибка средней арифметической:

$$S_A = \frac{\sigma_A}{\sqrt{n}} = \frac{23{,}1}{3{,}16} = 7{,}3 \text{ мс.}$$

Коэффициент вариации:

$$V_A = \frac{\sigma_A}{\bar{t}_A} \times 100\ \% = \frac{23{,}1}{165} \times 100\ \% = 14{,}0\ \%.$$

Размах варьирования: R = 208 – 131 = 77 мс.

Графическое представление

Запишем ранжированный ряд:

131, 144, 151, 153, 154, 168, 168, 182, 189, 208.

Т. к. $n = 10$, по таблице 2.2 находим число интервалов: $k = 4$.

Шаг интервала: $h = \dfrac{x_{max} - x_{min}}{k} = \dfrac{208 - 131}{4} = 19{,}25$ мс.

Примечание*: во избежание ошибок при составлении вариационного ряда шаг интервала надо использовать без округлений или округлять только в большую сторону.*

Заполним таблицу «Вариационный ряд результатов измерений».

Столбец 1. Записываем порядковые номера интервалов.

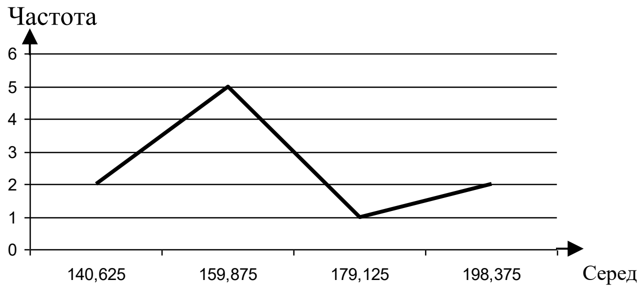
Столбец 2. Нижнюю границу 1-го интервала выбираем равной x_{min} = 131; прибавляем шаг интервала: 131 + 19,25 = 150,25 – верхняя граница 1-го интервала (она же нижняя граница 2-го интервала) и т. д.

Столбец 3. Частота интервала равна количеству значений в выборке, которые попали в обозначенный интервал. Первое число включаем в 1-й интервал. Если какое-либо число попало на границу между интервалами, его следует включать в меньший по порядку интервал, например, число на границе 1-го и 2-го интервалов включается в 1-й интервал. Последнее число должно оказаться в последнем интервале. *Сумма частот всех интервалов должна быть равна объему выборки.*

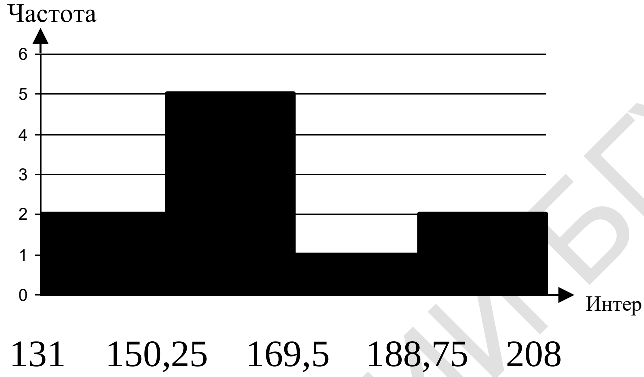
Вариационный ряд результатов измерений

№ интервала	Границы интервала	Частота
1	131–150,25	2
2	150,25–169,5	5
3	169,5–188,75	1
4	188,75–208	2

Полигон распределения



Гистограмма распределения



Расчеты статистических характеристик и построение полигона и гистограммы распределения для выборок Б и В студенты должны выполнить самостоятельно.

Проверка расчета статистических характеристик на компьютере.

Для проведения проверки составим таблицу. В столбцы «расч.» выпишем рассчитанные значения статистических характеристик. В столбцы «пров.» будем записывать результаты, полученные на компьютере с помощью специальной программы. В случае совпадения результатов будем считать их правильными.

Характеристики	Выборка А		Выборка Б		Выборка В	
	расч.	пров.	расч.	пров.	расч.	пров.
Среднее арифм.	165		157		71	
Дисперсия	485,6		355,7		118,6	
Среднее кв. откл.	22,0		18,9		10,9	
Станд. ошибка ср.	7,0		6,0		3,4	
Коэфф. вариации	13,4		12,0		15,3	

Оценим степень разброса выборок А, Б и В.

При этом если коэффициент вариации $V < 10$ %, разброс выборки будем считать малым, при $10\ \% \leq V < 20$ % разброс будем считать средним, а при $V \geq 20$ % – большим.

Вариант выполнения работы в Excel

Для выполнения второго этапа работы, студент должен взять у преподавателя образец готовой таблицы, вписать результаты теста А и рассчитать основные статистические характеристики в Excel, построить гистограмму и полигон распределения для выборки А. Аналогичные действия необходимо проделать также для выборок Б и В.

1. Откройте файл «*2. Математические методы статистической обработки результатов измерений в спорте.xlsx*», находящийся в папке «*Образцы таблиц Excel для отчетов*». На листе «*Таблицы для заполнения*» находятся заготовки таблиц для отчета, на листе «*Образцы готовых таблиц*» представлен образец отчета с готовыми таблицами и графиками.

2. Откройте файл «*1. Контроль и измерения в спорте.xlsx*» с заполненной на 1-м этапе таблицей.

3. Выделите в таблице «*Результаты измерений скоростных качеств индивидуальной группы испытуемых*» числовые значения в столбце «*тест А*» и скопируйте их в столбец «$t_i^{А}$» таблицы «*Расчет основных статистических характеристик выборки А*» в файле «*2. Математические методы статистической обработки результатов измерений в спорте.xlsx*».

4. В ячейке под столбцом рассчитайте *сумму* числовых значений столбца:
   a) выделите рамкой ячейку, предназначенную для записи суммы;
   b) нажмите комбинацию клавиш «*Alt+=*» и убедитесь, что мерцающей рамкой правильно выделен диапазон суммируемых ячеек;
   c) нажмите клавишу «*Enter*».

5. В специально предназначенной для этого ячейке рассчитайте *медиану* выборки:
   a) включите «*Мастер функций*» щелчком по кнопке f_x;
   b) включите категорию «*Статистические*»;
   c) выберите функцию «МЕДИАНА» (если вы использовали эту функцию недавно, ее можно найти в категории «*10 недавно использовавшихся*»);
   d) щелкните *ОК*;
   e) в качестве аргумента функции выберите диапазон ячеек, в которых находятся значения выборки (для этого надо перетащить мышку с нажатой левой кнопкой по этим ячейкам; если окно «*Мастера функций*» закрывает нужные ячейки, перетащите его в сторону);
   f) щелкните *ОК*.

6. Аналогично в соответствующих ячейках рассчитайте *моду* выборки (функция «МОДА») и *среднее арифметическое значение* (функция «СРЗНАЧ»). Эти функции также можно найти в категории «*Статистические*» или «*10 недавно использовавшихся*», в качестве аргумента выбирайте диапазон ячеек со значениями выборки.

7. Заполните столбец «$t_i^{А} - \bar{t}^{А}$» таблицы «*Расчет основных статистических характеристик выборки А*»:
   a) выделите рамкой первую ячейку столбца;

b) наберите в ячейку формулу вида «=B4-C20», где B4 – адрес первой ячейки столбца «$t_i^{А}$», C20 – абсолютная ссылка на ячейку C20, в которой в нашем примере находится вычисленное значение среднего арифметического значения:
   i) наберите символ «=» (знак равенства);
   ii) щелкните мышкой по ячейке B4;
   iii) наберите символ «–» (минус);
   iv) щелкните мышкой по ячейке C20, после чего нажмите на клавиатуре клавишу *F4*, чтобы сделать ссылку в формуле абсолютной (она не будет меняться при копировании ячейки);
   v) нажмите клавишу «*Enter*»;

c) используя автозаполнение (или копирование), заполните по образцу первой остальные ячейки столбца.

8. Заполните столбец «$\left(t_i^{А} - \bar{t}^{А}\right)^2$» таблицы «*Расчет основных статистических характеристик выборки А*»:

a) выделите рамкой первую ячейку столбца;

b) наберите в ячейку формулу вида «=C4^2» для возведения в квадрат значений предыдущего столбца:
   i) наберите символ «=» (знак равенства);
   ii) щелкните мышкой по ячейке C4 (первая ячейка предыдущего столбца);
   iii) наберите символ «^» (при английской раскладке клавиатуры комбинация клавиш «*Shift+6*») и цифру 2;
   iv) нажмите клавишу «*Enter*»;

c) используя автозаполнение (или копирование), заполните по образцу первой остальные ячейки столбца.

9. В ячейке под столбцом рассчитайте *сумму* числовых значений столбца аналогично пункту 4.

10. В специально предназначенных ячейках рассчитайте *дисперсию* (функция «ДИСП») и *среднее квадратическое* (стандартное) *отклонение* (функция «СТАНДОТКЛОН») аналогично пункту 5. Эти функции также можно найти в категории «*Статистические*» или «*10 недавно использовавшихся*», в качестве аргумента выбирайте диапазон ячеек со значениями выборки.

11. В соответствующей ячейке рассчитайте *стандартную ошибку среднего арифметического*, для чего в ячейку введите формулу вида «=C29/КОРЕНЬ(СЧЕТ(B4:B13))», где в ячейке C29 находится среднее квадратическое отклонение, а в диапазоне ячеек B4:B13 – значения выборки. Как и в предыдущих случаях, при наборе формулы ссылки на ячейки лучше вводить не вручную, а щелчком мышкой по соответствующей ячейке или для выделения диапазона ячеек путем перетаскивания мышки от первой до последней ячейки диапазона, остальные символы формулы в данном случае проще будет вводить вручную. **Формулы в таблицах Excel вводятся без пробелов!**

12. В соответствующей ячейке рассчитайте *коэффициент вариации*, для чего в ячейку введите формулу вида «=C29/C20». Если после нажатия клавиши

«*Enter*» результат будет показан не в процентах, ячейке необходимо присвоить процентный формат с двумя десятичными знаками:

a) щелкните по ячейке правой кнопкой мышки и выберите пункт меню «*Формат ячеек*»;
b) в открывшемся диалоговом окне «*Формат ячеек*» на вкладке «*Число*» выберите в списке «*Числовые форматы*» – «*Процентный*», на счетчике «*Число десятичных знаков*» установите значение «*2*» (рисунок 2.3);
c) щелкните *ОК*.

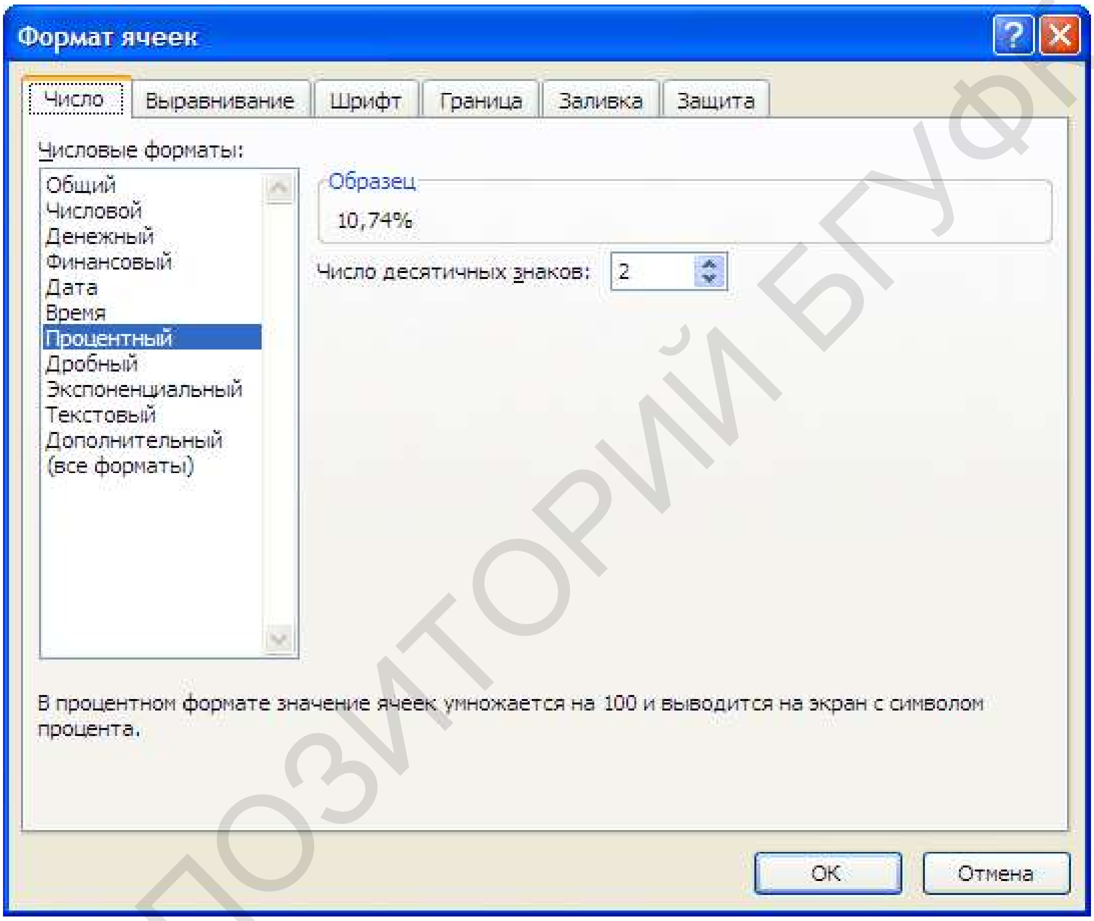


Рисунок 2.3 – Диалоговое окно с необходимыми установками числового формата ячейки со значением коэффициента вариации

13. Для оценки степени *разброса* выборки в ячейку рядом с надписью «*разброс*» введите логическую формулу следующего вида: «=ЕСЛИ(C37<0,1;"малый";ЕСЛИ(C37>0,2;"большой";"средний"))», где в ячейке C37 находится значение коэффициента вариации. Данная формула будет способствовать автоматическому принятию решения о степени разброса выборки. Если значение коэффициента вариации окажется меньше 0,1 (10 %), в ячейке появится надпись «*малый*», при значениях больше 0,2 (20 %) будет написано «*большой*», во всех остальных случаях разброс будет оценен как «*средний*». **Напоминание**: ссылки на ячейку вводите щелчком по ячейке, формулу вводите без пробелов.

14. В соответствующей ячейке рассчитайте *размах варьирования* путем ввода в ячейку формулы вида «=МАКС(B4:B13)-МИН(B4:B13)», где B4:B13 диапазон ячеек, содержащий значения выборки.

15. Для построения гистограммы и полигона распределения необходимо заполнить таблицу «*Вариационный ряд результатов измерений*». Перед заполнением таблицы рассчитайте *шаг интервала* в соответствующей ячейке, для чего в ячейку введите формулу вида «=C41/4». В ячейке C41 находится рассчитанное значение размаха варьирования. При объеме выборки $n = 10$ рекомендуемое количество интервалов $k = 4$ (таблица 2.2).

16. Заполните таблицу «*Вариационный ряд результатов измерений*»:

a) в группе столбцов «Границы интервала» нижнюю границу (левая ячейка) интервала № 1 определите как минимальное значение выборки: «=МИН(B4:B13)» (данную формулу можно записать, воспользовавшись мастером функций, функция «МИН», возвращающая минимальное значение диапазона ячеек, находится в категории «*Статистические*» или «*10 недавно использовавшихся*»);

b) для нахождения верхней границы (правая ячейка) интервала № 1 к значению нижней границы прибавьте шаг интервала: =G4+H11, где ячейка G4 соответствует нижней границе интервала, а в ячейке H11 содержится значение шага интервала; для автоматизации расчета ссылку на шаг интервала лучше сделать абсолютной (H11) так, как это вы делали, выполняя пункт 7 подпункт b.iv.;

c) нижняя граница (левая ячейка) интервала № 2 будет равна верхней границе (правая ячейка) интервала № 1, для чего в упомянутую ячейку интервала № 2 введите формулу вида «=H4», где в ячейке H4 содержится значение верхней границы интервала № 1;

d) автозаполнением (или копированием) заполните оставшиеся ячейки границ интервалов по образцам последних заполненных ячеек до конца таблицы, при этом остальные границы рассчитаются автоматически;

e) частоты интервалов (количество значений выборки, оказавшихся в границах интервала) удобнее подсчитать самостоятельно и записать в ячейку соответствующего интервала; при этом минимальное значение обязательно войдет в интервал № 1, максимальное – в интервал № 4, остальные значения, оказавшиеся на границе между интервалами, следует включать в меньший интервал; таким образом, сумма частот всех интервалов должна быть равна объему выборки (в нашем примере $n = 10$).

17. Постройте *гистограмму* распределения, используя данные таблицы «*Вариационный ряд результатов измерений*»:

a) выделите столбец «Частота» таблицы с заголовком так, как это показано на рисунке 2.4;

Вариационный ряд результатов измерений

№ интервал	Границы интервала		Частота
1	181	200,25	2
2	200,25	219,5	5
3	219,5	238,75	1
4	238,75	258	2

Рисунок 2.4 – Выделенные ячейки для построения гистограммы и полигона распределения

b) на вкладке «*Вставка*» в группе «*Диаграммы*» выберите команду «*Гистограмма*»;

c) в появившемся меню в разделе «*Гистограмма*» выберите «*Гистограмма с группировкой*»;

d) для настройки параметров в появившейся гистограмме в *области диаграммы* (белая область по краям диаграммы) щелкните правой кнопкой мышки;

e) в появившемся контекстном меню выберите пункт «*Выбрать данные*»;

f) в появившемся диалоговом окне «*Выбор источника данных*» в области «*Подписи горизонтальной оси (категории)*» нажмите кнопку «*Изменить*»;

g) появится диалоговое окно «*Подписи оси*», при этом выделите мышкой в таблице «*Вариационный ряд результатов измерений*» диапазон ячеек, в которых указаны значения границ интервалов (рисунок 2.5);

h) нажмите кнопку *ОК* в окне «*Подписи оси*»;

i) нажмите кнопку *ОК* в окне «*Выбор источника данных*»;

j) для ликвидации зазора между столбиками гистограммы щелкните правой кнопкой мышки по одному из столбиков, в контекстном меню выберите пункт «*Формат ряда данных*»;

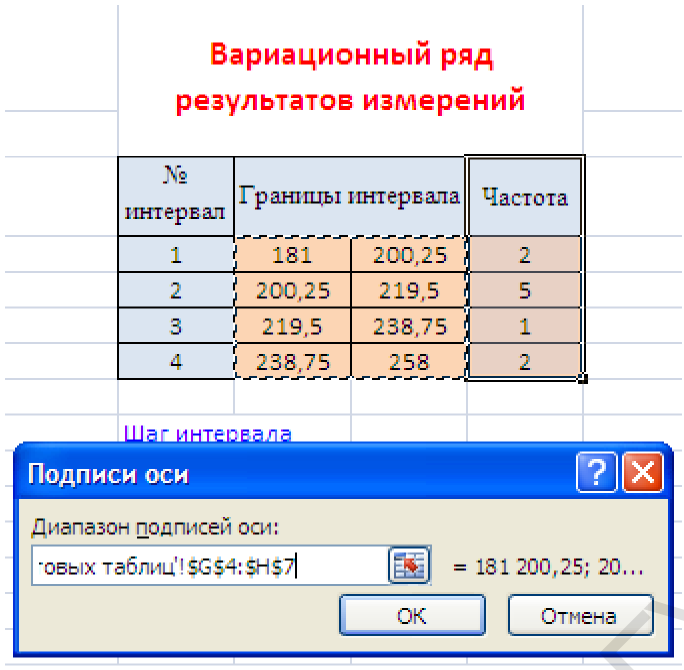


Рисунок 2.5 – Пример выделения ячеек, содержащих информацию для подписей оси категорий

k) в появившемся диалоговом окне «*Формат ряда данных*» бегунок «*Боковой зазор*» перетащите в крайнее левое положение «*Без зазора*»;
l) нажмите в окне «*Формат ряда данных*» кнопку «*Закрыть*»;
m) переименуйте диаграмму, для чего щелкните по заголовку («*Частота*»), двойным щелчком выделите текст и наберите новый текст заголовка «*Гистограмма*».

18. Перетащите построенную гистограмму вправо от таблицы «*Вариационный ряд результатов измерений*».

19. Постройте *полигон* распределения, используя данные таблицы «*Вариационный ряд результатов измерений*»:

a) выделите столбец «Частота» таблицы с заголовком так, как это показано на рисунке 2.4;
b) на вкладке «*Вставка*» в группе «*Диаграммы*» выберите команду «*График*»;
c) в появившемся меню в разделе «*График*» выберите «*График с маркерами*»;
d) для настройки параметров в появившемся графике в *области диаграммы* (белая область по краям диаграммы) щелкните правой кнопкой мышки;
e) в появившемся контекстном меню выберите пункт «*Выбрать данные*»;
f) в появившемся диалоговом окне «*Выбор источника данных*» в области «*Подписи горизонтальной оси (категории)*» нажмите кнопку «*Изменить*»;

g) появится диалоговое окно «*Подписи оси*», при этом выделите мышкой в таблице «*Вариационный ряд результатов измерений*» диапазон ячеек, в которых указаны значения границ интервалов (рисунок 2.5);
h) нажмите кнопку *ОК* в окне «*Подписи оси*»;
i) нажмите кнопку *ОК* в окне «*Выбор источника данных*»;
j) переименуйте диаграмму, для чего щелкните по заголовку («*Частота*»), двойным щелчком выделите текст и наберите новый текст заголовка «*Полигон*».

20. Перетащите построенный полигон распределения и расположите его снизу от гистограммы распределения.

21. Для расчета основных статистических характеристик выборок Б и В необходимо применительно к соответствующим таблицам на листе «*Таблицы для заполнения*» файла «*2. Математические методы статистической обработки результатов измерений в спорте.xlsx*» повторить выполнение пунктов 3–20. Отдельные характеристики можно получить путем копирования ячеек с формулами расчета основных статистических характеристик выборки *А*.

22. Сохраните файл «*2. Математические методы статистической обработки результатов измерений в спорте.xlsx*».

Расчеты статистических характеристик и построение полигона и гистограммы распределения для выборок Б и В в Excel студенты должны выполнить самостоятельно (см. п. 21 представленного порядка выполнения работы).

III этап деловой игры
ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ТЕСТА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ЗА РАЗВИТИЕМ СКОРОСТНЫХ КАЧЕСТВ

Цели:

1. Ознакомиться с основами теории корреляции.
2. Ознакомиться с основами теории проверки статистических гипотез.
3. Ознакомиться с основами теории надежности тестов.
4. Приобрести навыки вычисления показателя надежности (стабильности) теста.

1. МОДЕЛЬ СИТУАЦИИ И ОРГАНИЗАЦИЯ ИГРЫ НА III ЭТАПЕ

Для контроля за тренировочным процессом необходимо использовать только добротные тесты. Одним из проявлений добротности тестов является их надежность (стабильность).

На данном этапе игры «тренер» должен выполнить работу по выявлению степени надежности (стабильности) теста. Степень надежности (стабильности) теста определяется путем сравнения результатов теста с результатами такого же теста (ретеста), проведенного в таких же условиях через определенный промежуток времени. Если после вычисления коэффициента надежности теста будет установлено, что качество надежности (стабильности) теста не ниже, чем удовлетворительное, то «тренер» переходит к выполнению IV этапа игры. Если же качество окажется на уровне сомнительной или плохой надежности, «тренер» увеличивает длину теста. Только после этого он сможет перейти к выполнению работы на IV этапе.

Теория надежности тестов тесно связана с теорией корреляции и теорией проверки статистических гипотез. В этой связи первоначально рассмотрим наиболее важные положения последних двух теорий.

2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОРРЕЛЯЦИИ

2.1. Функциональная и статистическая взаимосвязи

В спортивных исследованиях между изучаемыми показателями часто обнаруживается взаимосвязь. Вид ее бывает различным. Например, определение ускорения по известным данным скорости, второй закон Ньютона и другие характеризуют так называемую *функциональную* зависимость, или взаимосвязь, при которой каждому значению одного показателя соответствует строго определенное значение другого.

Когда одному значению одного показателя соответствует несколько значений другого, взаимосвязь называют *статистической*. Например, зависимость веса от длины тела. Одному значению длины тела может соответствовать несколько значений веса и наоборот.

Изучению статистической взаимосвязи между различными показателями в спортивных исследованиях уделяют большое внимание, поскольку это позволяет вскрыть некоторые закономерности и в дальнейшем описать их как словесно, так и математически с целью использования в практической работе тренера и педагога.

Среди статистических взаимосвязей наиболее важны *корреляционные*. Корреляция – это статистическая зависимость между случайными величинами, при которой изменение одной из случайных величин приводит к изменению математического ожидания (среднего значения) другой. Например, толкание ядра 3 кг и 5 кг. Улучшение результатов толкания ядра 3 кг вызывает улучшение (в среднем) результата в толкании ядра весом 5 кг.

Статистический метод, который используется для исследования взаимосвязей, называется *корреляционным анализом*. При изучении корреляционных взаимосвязей необходимо определить *форму, тесноту и направленность* взаимосвязи изучаемых показателей. Корреляционный анализ широко используется в теории тестов для оценки их надежности и информативности. Различные шкалы измерений, как будет показано дальше, требуют разных вариантов корреляционного анализа.

2.2. Корреляционное поле

Анализ взаимосвязи начинается с графического представления результатов измерений в прямоугольной системе координат. Предположим, что у шести испытуемых зарегистрирован такой показатель, как число подтягиваний на перекладине, до начала подготовительного периода тренировки (X) и после его окончания (Y). Запишем результаты измерений:

№ испытуемого	X	Y
1	4	6
2	6	10
3	11	12
4	10	12
5	8	10
6	8	8

Для этих результатов построим график, на оси абсцисс которого отложим результаты X, а на оси ординат – результаты Y. Таким образом, каждая пара результатов в прямоугольной системе координат будет отображаться точкой (рисунок 3.1).

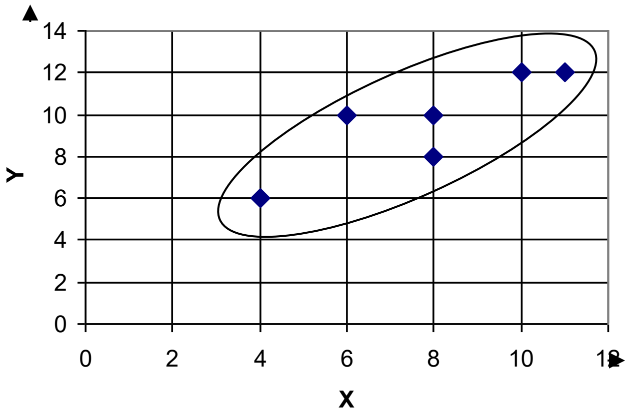


Рисунок 3.1 – Корреляционное поле (линейная зависимость)

Такая графическая зависимость называется *диаграммой рассеивания* или *корреляционным полем*.

Визуальный анализ графика позволяет выявить форму зависимости (по крайней мере, сделать предположение). В данном случае эта форма близка к обычной геометрической фигуре – эллипсу. Такую форму мы будем называть *линейной зависимостью,* или *линейной формой взаимосвязи*.

Однако на практике можно встретить и иную форму взаимосвязи (рисунок 3.2). Эта зависимость, экспериментально полученная при подачах в теннисе, является характерной для *нелинейной формы взаимосвязи*, или *нелинейной зависимости*.

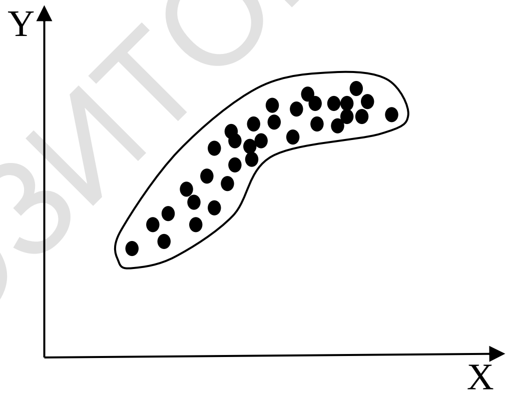


Рисунок 3.2 – Корреляционное поле (нелинейная зависимость): по абсциссе – скорость ракетки, по ординате – скорость вылета мяча

Таким образом, визуальный анализ корреляционного поля позволяет выявить *форму* статистической зависимости – *линейную* или *нелинейную*. Иными словами, если статистическая связь между явлениями выражается уравнением прямой линии $\bar{y} = a_0 + a_1 x$, то ее называют линейной связью, если уравнением кривой ($\bar{y} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ – парабола; $\bar{y} = a_0 + \frac{a_1}{x}$ – гипербола и т. д.), то такую связь называют нелинейной. Это имеет существенное значение для следующего шага в анализе – выбора и вычисления соответствующего коэффициента корреляции.

2.3. Оценка тесноты взаимосвязи

Для оценки тесноты линейной взаимосвязи в корреляционном анализе используется значение (абсолютная величина) специального показателя – *коэффициента корреляции*. Абсолютное значение (модуль числа) любого коэффициента корреляции лежит в пределах от 0 до 1. Объясняют (интерпретируют) абсолютное значение коэффициента корреляции следующим образом:

– коэффициент корреляции равен 1,00 (функциональная взаимосвязь, т. е. значению одного показателя соответствует только одно значение другого показателя);

– коэффициент корреляции равен 0,99–0,70 (сильная статистическая взаимосвязь);

– коэффициент корреляции равен 0,69–0,50 (средняя статистическая взаимосвязь);

– коэффициент корреляции равен 0,49–0,20 (слабая статистическая взаимосвязь);

– коэффициент корреляции равен 0,19–0,01 (очень слабая статистическая взаимосвязь);

– коэффициент корреляции равен 0,00 (корреляция не обнаружена).

На рисунках 3.3 и 3.4 приведены примеры двух различных зависимостей.

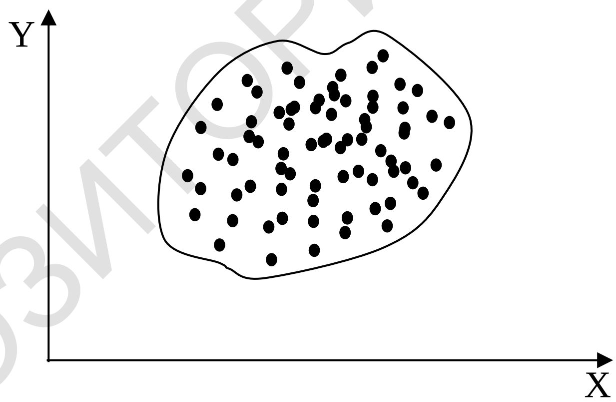


Рисунок 3.3 – Зависимость между становой силой и результатами в толкании ядра (n = 80). Пример очень слабой корреляционной зависимости. Коэффициент корреляции равен 0,09. По абсциссе – становая сила, по ординате – результат толкания ядра

Таким образом, значение (абсолютная величина) коэффициента корреляции, изменяясь в пределах от 0 до 1, позволяет оценивать тесноту взаимосвязи. Кроме тесноты нас будет интересовать и направленность взаимосвязи.

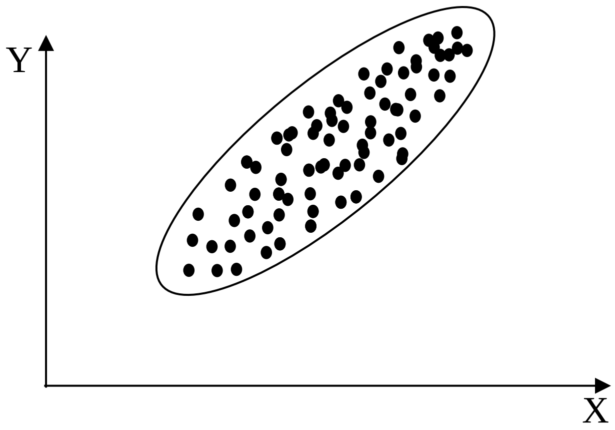


Рисунок 3.4 – Зависимость между результатами в толкании ядра разного веса (*n* = 80). Пример сильной корреляционной зависимости. Коэффициент корреляции равен 0,892. По абсциссе – результат толкания ядра 5 кг, по ординате – результат толкания ядра 3 кг

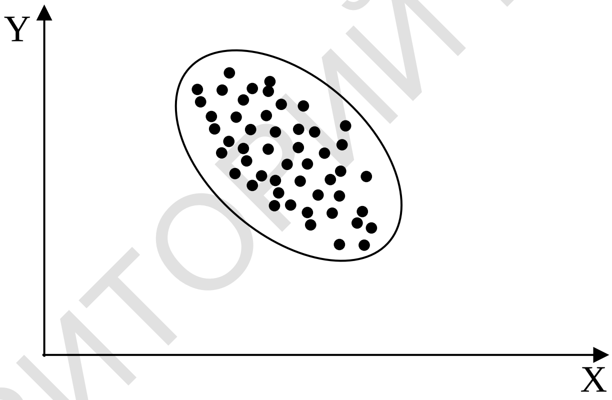


Рисунок 3.5 – Зависимость между результатами в беге на 100 м и прыжками в длину с разбега (*n* = 50). Пример отрицательной взаимосвязи: коэффициент корреляции равен –0,628. С уменьшением времени бега (при увеличении скорости) растут результаты в прыжках. По абсциссе – результаты в беге на 100 м, по ординате – в прыжках в длину

2.4. Направленность взаимосвязи

Диаграмма рассеяния на рисунке 3.4, кроме сильной статистической взаимосвязи, имеет еще одну особенность – *прямо пропорциональную* тенденцию зависимости. Это значит, что улучшение, например, результата в толкании ядра весом 3 кг вызывает улучшение (в среднем) результата в толкании ядра весом 5 кг. На рисунке 3.5 представлена диаграмма обратно пропорциональной зависимости. В этом случае увеличение одного показателя связано с уменьшением другого (в среднем). *Направленность* зависимости отражается в знаке коэффициента корреляции. Знак «+» указывает на прямую пропорциональную или положительную взаимосвязь; знак «–» говорит об обратной или отрицательной взаимосвязи (рисунок 3.6).

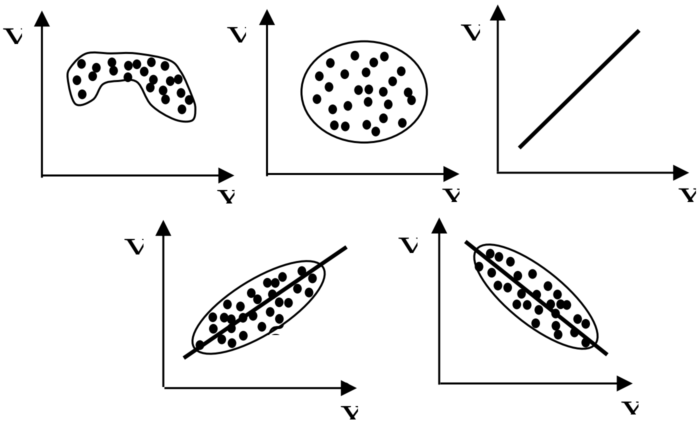


Рисунок 3.6 – Примеры взаимосвязей:
а) нелинейная форма зависимости; б) отсутствие статистической зависимости (коэффициент корреляции = 0); в) функциональная зависимость (коэффициент корреляции = +1); г) положительная зависимость (коэффициент корреляции > 0); д) отрицательная зависимость (коэффициент корреляции < 0)

2.5. Методы вычисления коэффициентов взаимосвязи

Величина коэффициента взаимосвязи рассчитывается с учетом шкалы, использованной для измерений.

Для оценки взаимосвязи, когда измерения производят в шкале отношений или интервалов и форма взаимосвязи линейная, используется коэффициент корреляции Бравэ – Пирсона (коэффициенты корреляции для других шкал измерения в данном практикуме не рассматриваются). Обозначается он латинской буквой – *r*. Вычисление значения *r* чаще всего производят по формуле:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)}{n\sigma_x\sigma_y}, \tag{3.1}$$

где $\bar{x}$ и $\bar{y}$ – средние арифметические значения показателей *x* и *y*, σ_x и σ_y – средние квадратические отклонения, *n* – число измерений (испытуемых).

В некоторых случаях тесноту взаимосвязи определяют на основании *коэффициента детерминации D,* который вычисляется по формуле:

$$D = r^2 \times 100\ \%. \tag{3.2}$$

Этот коэффициент определяет часть общей вариации одного показателя, которая объясняется вариацией другого показателя. Например, коэффициент корреляции r = –0,677 (между результатами в беге на 30 м с ходу и тройном прыжке с места). Коэффициент детерминации равен:

$$D = \left(-0{,}677\right)^2 \times 100\ \% = 45{,}8\ \%.$$

Следовательно, 45,8 % рассеяния спортивного результата в тройном прыжке объясняется изменением результатов в беге на 30 м. Иными словами, на оба исследуемых признака действуют общие факторы, вызывающие варьирование этих признаков, и доля общих факторов составляет 45,8 %. Остальные 100 % – 45,8 % = 54,2 % приходятся на долю факторов, действующих на исследуемые признаки избирательно.

3. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

В физическом воспитании и спорте часто при анализе какого-либо явления приходится по некоторым изменениям показателя делать обобщающий вывод. Например, после тренировочного занятия из 18 легкоатлетов у трех наблюдается неполное восстановление. Можно ли на этом основании судить о трудности тренировочного процесса или это случайность?

Так как указанные выводы делаются на основании относительно небольшого числа результатов измерения показателя ($n \leq 30$), необходима проверка достоверности (бесспорности) таких выводов.

Для этого применяются статистические гипотезы.

Статистической гипотезой называется предположение о свойстве генеральной совокупности, которое можно проверить, опираясь на данные выборки. Статистическую гипотезу обозначают символом H.

Обычно выдвигают и проверяют две противоречащие друг другу гипотезы:

1) нулевую (основную) H_0;

2) конкурирующую (альтернативную) H_1.

Примеры статистических гипотез:

1. Нулевая гипотеза H_0: закон распределения результатов измерения является нормальным. Конкурирующая гипотеза H_1: закон распределения результатов измерения отличен от нормального.

2. Нулевая гипотеза H_0: среднее арифметическое значение генеральной совокупности результатов измерения показателя после цикла тренировок не изменилось. Конкурирующая гипотеза H_1: среднее арифметическое значение увеличилось (эффективна или нет методика тренировок).

3. Нулевая гипотеза H_0: генеральная дисперсия спортивных результатов спортсмена в результате проведения тренировок не изменилась. Конкурирующая гипотеза H_1: генеральная дисперсия уменьшилась (изменилась или нет стабильность результатов спортсмена).

3.1. Проверка нулевых гипотез

Для проверки выдвинутых нулевых гипотез используют специальные статистические критерии, разработанные математиками (Колмогоровым, Смирновым, Стьюдентом, Фишером, Пирсоном и др.).

Статистическим критерием называют определенное правило, задающее условия, при которых проверяемую нулевую гипотезу следует либо отклонить, либо принять.

Критерии подразделяются на три типа:

1. Критерии значимости, которые служат для проверки гипотез о параметрах распределений генеральной совокупности (чаще всего нормального распределения). Эти критерии называются *параметрическими* (критерии Стьюдента, Фишера и др.).

2. Критерии, которые для проверки гипотез не используют предположений о распределении генеральной совокупности. Эти критерии не требуют знания параметров распределений, поэтому называются *непараметрическими* (критерии Уилкоксона, Ван дер Вардена, Манна – Уитни).

3. Критерии, служащие для проверки гипотез о согласии распределения генеральной совокупности, из которой получена выборка, с ранее принятой теоретической моделью (чаще всего нормальным распределением), называются *критериями согласия* (критерий Шапиро и Уилка, хи-квадрат критерий).

С помощью критериев (обозначим их буквой K) выбирают одну из гипотез: нулевую или конкурирующую. Значение критерия, вычисленное по данным выборки, называют *наблюдаемым* значением критерия ($K_{набл}$). Совокупность значений критерия, при которых отвергают нулевую гипотезу, называют *критической областью*. Совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу принимают, называют *областью принятия гипотезы* (областью допустимых значений). Указанные области разграничены *критическим (граничным) значением критерия*, который находится по соответствующей таблице.

Основной принцип проверки статистических гипотез заключается в том, что если наблюдаемое значение критерия принадлежит критической области, то нулевую гипотезу отвергают и принимают конкурирующую. Если же оно принадлежит области принятия гипотезы – нулевую гипотезу принимают и отвергают конкурирующую.

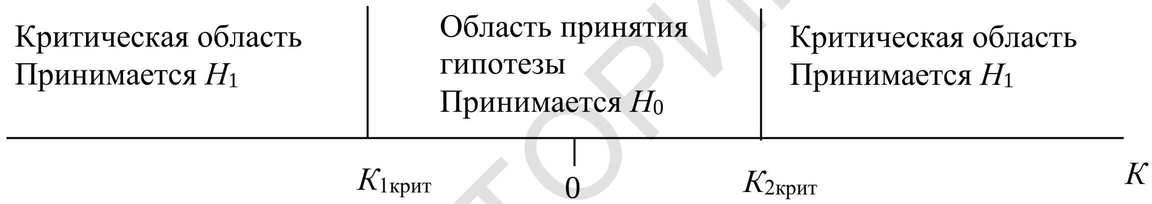
3.2. Односторонние и двусторонние критические области

1. Односторонняя критическая область используется, если, согласно конкурирующей гипотезе, одна рассматриваемая величина может быть только больше (или только меньше) другой величины. В зависимости от выбранного критерия односторонняя критическая область может быть правосторонней или левосторонней.

Схема правосторонней критической области:

Схема левосторонней критической области:

2. Двусторонняя критическая область используется, если, согласно конкурирующей гипотезе, одна рассматриваемая величина может быть как больше, так и меньше (не равна) другой.



3.3. Ошибочные решения при проверке гипотез

При проверке статистической гипотезы решение экспериментатора никогда не принимается с уверенностью, т. е. всегда существует некоторый риск принять неправильное решение. Исключить на 100 % этот риск невозможно. Экспериментатор может выбрать *вероятность* или *уровень значимости*. Самыми распространенными уровнями являются 0,001; 0,01; 0,05; 0,1.

Величину $p = 1 - \alpha$ называют *доверительной вероятностью* (при уровне значимости 0,05 доверительная вероятность равна 0,95).

Ошибки, допускаемые при проверке гипотез, удобно разделить на два вида: 1) отклонение гипотезы H_0, когда она верна, – *ошибка первого рода*; 2) принятие гипотезы H_0, когда в действительности она не верна, – *ошибка второго рода*.

Вероятность ошибки первого рода и есть уровень значимости α. Величина α называется *уровнем значимости критерия*, по которому проверяется справедливость гипотезы H_0. Иными словами, уровень значимости α – это вероятность попадания критерия K в критическую область, если верна нулевая гипотеза. Он служит для определения по таблицам критических значений критерия ($K_{\text{крит}}$), которые указывают положение критических точек, отделяющих критическую область от области принятия гипотезы. Обычно величина α выбирается малой. Поэтому попадание критерия K в критическую область при справедливости нулевой гипотезы маловероятно.

Чаще всего α принимают равной 0,05. Это означает, что вероятность ошибочно принять гипотезу H_1 при справедливости гипотезы H_0 равна только 5 %.

3.4. Основные этапы проверки статистических гипотез

1. Исходя из задач исследования, формулируются статистические гипотезы.
2. Выбирается уровень значимости, на котором будут проверяться гипотезы.
3. Выбирается критерий для проверки статистической гипотезы.
4. Вычисляется наблюдаемое (фактическое) значение статистического критерия.
5. Определяется критическое значение статистического критерия по соответствующей таблице на основании выбранного уровня значимости и объема выборки.
6. На основе сравнения наблюдаемого и критического значения критерия в зависимости от результатов проверки нулевая гипотеза либо принимается, либо отклоняется в пользу альтернативной.

3.5. Оценка статистической достоверности коэффициента корреляции

Оценить статистическую достоверность коэффициента корреляции – это значит определить, существует или нет линейная корреляционная связь между генеральными совокупностями или, что то же, установить, существенно или несущественно отличается от нуля коэффициент корреляции между выборками. Эта задача может быть решена с помощью таблиц критических точек распределения коэффициента корреляции (см. приложение 1) в следующем порядке:

1. Рассчитывается наблюдаемое значение коэффициента корреляции $r_{набл}$.
2. Находится по таблице критическое значение коэффициента корреляции $r_{крит}$ в зависимости от объема выборки n, уровня значимости α и вида критической области (односторонняя или двусторонняя).
3. Сравнивается $r_{набл}$ и $r_{крит}$.

Если $r_{набл} > r_{крит}$, коэффициент корреляции считается статистически достоверным (значимым). Если $r_{набл} \leq r_{крит}$ – статистически недостоверным (незначимым).

4. НАДЕЖНОСТЬ ТЕСТОВ

4.1. Понятие надежности тестов

Один и тот же тест, применяемый к одним и тем же испытуемым, должен давать в одинаковых условиях совпадающие результаты (если только не изменились сами испытуемые). Однако при самой строгой стандартизации точной аппаратуры результаты тестирования всегда несколько варьируют. Например, спортсмен, только что прыгнувший в длину с места на 260 см, в следующем прыжке показывает лишь 255 см.

Надежностью теста называется степень совпадения результатов при повторном тестировании одних и тех же людей (или других объектов) в одинаковых условиях. Вариацию результатов при повторных измерениях называют внутрииндивидуальной или (используя более общую терминологию математической статистики) внутригрупповой либо внутриклассовой. Четыре основные причины вызывают эту вариацию:

1. Изменение состояния испытуемых (утомление; врабатывание; изменение мотивации, концентрации внимания и т. д.).

2. Неконтролируемые изменения внешних условий и аппаратуры (температура, ветер, влажность, напряжение в электросети, присутствие посторонних лиц и т. д.), т. е. все то, что объединяется термином «случайная ошибка измерения».

3. Изменение состояния человека, проводящего или оценивающего тест (и, конечно, замена одного экспериментатора другим или замена судьи).

4. Несовершенство теста (есть такие тесты, которые заведомо малонадежны, например, штрафные броски в баскетбольную корзину до первого промаха. Даже баскетболист, имеющий высокий процент попадания, может случайно ошибиться при первых бросках).

Основное различие теории надежности тестов от теории ошибок измерения состоит в том, что в теории ошибок измеряемая величина считается неизменной, а в теории надежности тестов предполагается, что она меняется от измерения к измерению. Например, если мы измеряем результат выполненной попытки в метании копья, то он вполне определенный и с течением времени измениться не может. Конечно, в силу случайных причин (например, неодинакового натяжения рулетки), нельзя с идеальной точностью, скажем, до 0,0001 мм, измерить этот результат. Однако используя более точный мерительный инструмент (например, лазерный измеритель расстояния) и проведя повторные измерения, можно повысить их точность до необходимого уровня. Вместе с тем если перед нами стоит задача определить подготовленность метателя в определенном периоде тренировки, то самое точное измерение показанных им результатов мало чем поможет: ведь они от попытки к попытке будут изменяться.

Чтобы разобраться в идее методов, используемых для суждения о надежности тестов, рассмотрим упрощенный пример. Предположим, что мы хотим сравнить результаты прыжков в длину с места у двух спортсменов по двум выполненным попыткам. Выводы должны быть точными, поэтому нельзя ограничиться регистрацией лишь лучших результатов. Допустим, что результаты каждого из спортсменов варьируют в пределах ±10 см от средней величины и равны соответственно 220±10 см (т. е. 210 и 230 см) и 320±10 см (т. е. 310 и 330 см). В таком случае вывод, конечно, будет совершенно однозначным: второй спортсмен превосходит первого. Различия между их результатами (320 см – 220 см = 100 см) явно больше случайных колебаний (±10 см). Гораздо менее определенным будет вывод, если при той же самой внутригрупповой вариации (±10 см) различие между испытуемыми (межгрупповая вариация) будет маленьким. Скажем, средние значения будут равны 220 см (в одной попытке 210 см, в другой – 230 см) и 222 см (212 и 232 см). Тогда может случиться, например, что в первой попытке первый спортсмен прыгнет 230 см, а второй – только 212 см; и создается впечатление, что первый существенно сильнее второго. Из примера видно, что основное значение имеет не сама по себе внутриклассовая изменчивость, а ее соотношение с межклассовыми различиями. Одна и та же внутриклассовая вариация дает разную надежность при разных различиях между классами (в частном случае, между испытуемыми).

Говоря о надежности тестов, различают их стабильность (воспроизводимость), согласованность, эквивалентность.

4.2. Стабильность теста

Под *стабильностью* теста понимают воспроизводимость результатов при его повторении через определенное время в одинаковых условиях. Повторное тестирование обычно называют *ретестом*. Схема оценки стабильности теста такова:

$$\text{ТЕСТ} \xrightarrow[\text{ИНТЕРВАЛ}]{\text{ВРЕМЕННОЙ}} \text{РЕТЕСТ.}$$

Степень надежности тестов определяется с помощью коэффициентов взаимосвязи, полученных из корреляционного или дисперсионного анализа.

Выбор коэффициента взаимосвязи зависит от типа применяемой шкалы измерений, от числа выполненных попыток (попыткой считается, например, исходное или повторное тестирование) и количества факторов, влияние которых надо исследовать.

Если изучается влияние только одного фактора и при этом количество попыток не более двух, то надежность теста может быть приближенно оценена с помощью коэффициента корреляции между тестом и ретестом. В остальных случаях рекомендуется использовать дисперсионный анализ.

Стабильность теста зависит от:

1) вида теста;

2) контингента испытуемых;

3) временного интервала между тестом и ретестом.

Например, морфологические характеристики при небольших временных интервалах весьма стабильны; наименьшую стабильность имеют тесты на точность движений (например, броски в цель).

У взрослых результаты тестирования более стабильны, чем у детей; у спортсменов – более стабильны, чем у не занимающихся спортом.

С увеличением временного интервала между тестом и ретестом стабильность теста снижается (таблица 3.1).

Таблица 3.1 – Стабильность теста (коэффициент корреляции) при разных временных интервалах (120 испытуемых студентов)

Тест	Ретест сразу по окончании теста	Ретест через 1 месяц
Бег 1000 м	0,94	0,76
Прыжок в длину с места	0,93	0,82

4.3. Согласованность теста

Согласованность характеризуется независимостью результатов тестирования от личных качеств лица, проводящего или оценивающего тест. Согласованность определяется по степени совпадения результатов, полученных на одних и тех же испытуемых разными экспериментаторами, судьями, экспертами. При этом возможны два варианта:

1) лицо, проводящее тест, только оценивает его результаты, не влияя на них. Например, одну и ту же письменную работу разные экзаменаторы могут оценивать по-разному. Нередко различаются оценки судей в гимнастике, фигурном катании на коньках, боксе, показатели ручного хронометрирования, оценка электрокардиограммы или рентгенограммы разными врачами и т. д.;

2) лицо, проводящее тест, влияет на его результаты. Например, некоторые экспериментаторы более настойчивы и требовательны, чем другие, лучше мотивируют испытуемых. Это сказывается на результатах (которые сами по себе могут измеряться вполне объективно).

Согласованность теста – это, по существу, надежность оценки его результатов при проведении теста разными людьми.

Особенно актуальна задача оценки согласованности при количественном определении качественных показателей. Для этого разработаны специальные методы.

4.4. Эквивалентность тестов

Нередко тест выбирают из определенного числа однотипных тестов. Например, броски в баскетбольную корзину можно выполнять с разных точек; спринтерский бег может проводиться на дистанции, скажем, 50, 60 или 100 м; подтягивания можно выполнять на кольцах или перекладине, хватом сверху или снизу и т. д. В таких случаях может использоваться так называемый *метод параллельных форм*, когда испытуемым предлагают выполнить две разновидности одного и того же теста и затем оценивают степень совпадения результатов. Схема тестирования здесь следующая:

$$\text{ФОРМА А} \xrightarrow[\text{ВРЕМЕННОЙ ИНТЕРВАЛ}]{\text{МИНИМАЛЬНЫЙ}} \text{ФОРМА Б.}$$

Рассчитанный между результатами тестирования коэффициент корреляции называют *коэффициентом эквивалентности*. Отношение к эквивалентности тестов зависит от конкретной ситуации. С одной стороны, если два или больше тестов эквивалентны, их совместное применение повышает надежность оценок; с другой – может оказаться полезным применять только один эквивалентный тест: это упростит тестирование и лишь незначительно снизит информативность батареи тестов. Решение этого вопроса зависит от таких причин, как сложность и громоздкость тестов, степень необходимой точности тестирования и т. д.

Если же тесты, входящие в какой-либо комплекс тестов, высокоэквивалентны, он называется *гомогенным*. Весь этот комплекс измеряет одно какое-то свойство моторики человека. Скажем, комплекс, состоящий из прыжков с места в длину, вверх и тройного, вероятно, будет гомогенным. Наоборот, если в комплексе нет эквивалентных тестов, то все тесты, входящие в него, измеряют разные свойства. Такой комплекс называется *гетерогенным*. Пример гетерогенной батареи тестов: подтягивание на перекладине, наклон вперед (для проверки гибкости), бег на 1500 м.

4.5. Пути повышения надежности теста

Надежность тестов может быть повышена до определенной степени путем:

а) более строгой стандартизации тестирования;

б) увеличения длины теста;

в) увеличения числа оценщиков (судей, экспертов) и повышения согласованности их мнений;

г) увеличения числа эквивалентных тестов;

д) лучшей мотивации испытуемых.

Среди упомянутых путей следует выделить отличающееся высокой эффективностью повышение надежности путем увеличения длины теста. Удлинение теста достигается увеличением числа попыток, числа испытуемых или того и другого вместе.

При увеличении длины теста в m раз надежность теста r_{tt} возрастает до величины r^0_{tt}, приближенно равной:

$$r_{tt}^{0} = \frac{m \times r_{tt}}{1 + (m - 1) \times r_{tt}}.$$

Из этой формулы можно определить, во сколько раз нужно увеличить тест, чтобы получить желаемую надежность $r^0{}_{tt}$:

$$m = \frac{r_{tt}^0 \times (1 - r_{tt})}{r_{tt} \times (1 - r_{tt}^0)}.$$

Очевидно, что целесообразно повышать длину теста лишь при не слишком больших величинах m. При значениях m, трудно реализуемых практически, лучше ненадежный тест заменить другим, более надежным.

5. ПОРЯДОК РАБОТЫ НА III ЭТАПЕ

1. Ознакомиться с ситуацией и организацией игры на III этапе.
2. Ознакомиться с теоретическими сведениями.
3. Ознакомиться с образцом отчета о работе на III этапе.
4. Построить корреляционное поле.
5. Вычислить коэффициент надежности и оценить надежность теста А.
6. Оценить статистическую достоверность показателя надежности.
7. При необходимости рассчитать коэффициент удлинения теста.
8. Оформить отчет о проделанной работе (по образцу, приведенному далее).

ОТЧЕТ
о работе на III этапе игры
(*образец*)

Тема: Оценка надежности теста для контроля за развитием скоростных качеств.

Цели:

1. Ознакомиться с основами теории корреляции.
2. Ознакомиться с основами теории проверки статистических гипотез.
3. Ознакомиться с основами теории надежности тестов.
4. Приобрести навыки вычисления показателя надежности (стабильности) теста.

Контрольные вопросы по III этапу работы:

1. Основы теории корреляции.
   1.1. Функциональная зависимость.
   1.2. Статистическая зависимость.
   1.3. Основные задачи теории корреляции.
   1.4. Корреляционное поле.
   1.5. Формы корреляционной зависимости.
   1.6. Коэффициент корреляции.
   1.7. Направленность корреляционной взаимосвязи.
   1.8. Коэффициент корреляции Бравэ – Пирсона.

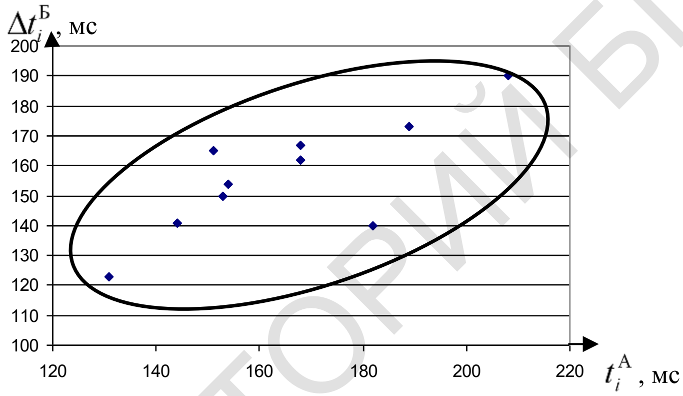
2. Основы теории надежности тестов.

2.1. Показатель надежности тестов.
2.2. Стабильность тестов.
2.3. Согласованность тестов.
2.4. Эквивалентность тестов.
2.5. Пути повышения надежности тестов.

Корреляционное поле

Представим взаимосвязь результатов измерения теста А и ретеста Б в виде графика, для чего в прямоугольной системе координат построим корреляционное поле. Результаты теста А будем откладывать по оси абсцисс, а результаты теста Б по оси ординат.

Для наглядности построим график в системе координат, смещенной относительно нуля. Выберем масштаб, позволяющий нанести на график все исходные данные. М: 1 см ≡ 10 мс.



На основании корреляционного поля делают заключение о форме и направленности взаимосвязи.

Визуальный анализ построенного корреляционного поля позволяет заключить, что связь между тестом А и ретестом Б линейная и имеет положительное направление (диаграмма рассеивания по форме близка к эллипсу и направлена вверх).

Тесноту связи устанавливают путем расчета выбранного коэффициента корреляции.

Так как результаты тестирования измерены в шкале отношений, а число попыток (исходное и повторное тестирования) равно двум, для оценки надежности (стабильности) теста выберем парный коэффициент корреляции Бравэ – Пирсона $r_{АБ}$, рассчитываемый по формуле:

$$r_{АБ} = \frac{\sum\left(t_i^{А} - \bar{t}^{А}\right)\left(t_i^{Б} - \bar{t}^{Б}\right)}{\sqrt{\sum\left(t_i^{А} - \bar{t}^{А}\right)^2 \sum\left(t_i^{Б} - \bar{t}^{Б}\right)^2}}.$$

Пользуясь данными, полученными на I и II этапах игры, составим таблицу 3.2 для расчета показателя надежности (стабильности) теста.

Таблица 3.2 – Расчет показателя надежности теста

№ п/п	тест А, $t_i^{А}$, мс	Ретест Б, $t_i^{Б}$, мс	$t_i^{А}-\bar{t}^{А}$, мс	$\left(t_i^{А}-\bar{t}^{А}\right)^2$, мс^2	$t_i^{Б}-\bar{t}^{Б}$, мс	$\left(t_i^{Б}-\bar{t}^{Б}\right)^2$, мс^2	$\left(t_i^{А}-\bar{t}^{А}\right)\times$ $\times\left(t_i^{Б}-\bar{t}^{Б}\right)$, мс^2
1	153	150	–12	144	–7	49	84
2	168	162	3	9	5	25	15
3	131	123	–34	1156	–34	1156	1156
4	182	140	17	289	–17	289	–289
5	168	167	3	9	10	100	30
6	144	141	–21	441	–16	256	336
7	151	165	–14	196	8	64	–112
8	208	190	43	1849	33	1089	1419
9	189	173	24	576	16	256	384
10	154	154	–11	121	–3	9	33
	Σ = 1648	Σ = 1565		Σ = 4790		Σ = 3293	Σ = 3056

Подсчитаем величину показателя надежности (стабильности):

$$r_{АБ}=\frac{\sum\left(t_i^{А}-\bar{t}^{А}\right)\left(t_i^{Б}-\bar{t}^{Б}\right)}{\sqrt{\sum\left(t_i^{А}-\bar{t}^{А}\right)^2\sum\left(t_i^{Б}-\bar{t}^{Б}\right)^2}}=\frac{3056}{\sqrt{4790\times3293}}=0{,}77.$$

Для оценки надежности теста воспользуемся таблицей 3.3.

Таблица 3.3 – Качество надежности теста

Величина показателя надежности	0,99–0,95	0,94–0,90	0,89–0,80	0,79–0,70	0,69 и ниже
Надежность	Отличная	Хорошая	Удовлетво-рительная	Сомни-тельная	Плохая

Вывод: так как $0{,}70<\left|r_{АБ}\right|<0{,}79$, надежность (стабильность) теста *сомнительная*.

Оценим *статистическую достоверность показателя надежности*.

Выдвинем две статистические гипотезы:

– нулевую – $\boldsymbol{H_0}$: предполагаем, что показатель надежности теста статистически недостоверен ($r_{ген}=0$), т. е. проведенный выборочный анализ не позволяет сделать заключение о генеральной совокупности;

– конкурирующую – $\boldsymbol{H_1}$: предполагаем, что показатель надежности теста статистически достоверен ($r_{ген}>0$).

Для сравнения выдвинутых гипотез найдем критическое значение коэффициента корреляции. По таблице критических точек коэффициента корреляции (приложение 1) для односторонней критической области при $n=10$ и $\alpha=0{,}05$ находим $r_{крит}=0{,}549$. Сравниваем $r_{набл}$ с $r_{крит}$.

Вывод: так как наблюдаемое значение попало в критическую область: $|r_{\text{набл}}|(0{,}77) > r_{\text{крит}}$ (0,549), принимаем гипотезу H_1 – показатель надежности (стабильности) теста для данной группы «спортсменов» статистически достоверен с вероятностью 0,95($P = 1 - \alpha$).

Тест с надежностью ниже удовлетворительной недопустимо использовать для контроля развития у спортсменов скоростных качеств. Поэтому повысим надежность теста до удовлетворительного уровня ($r^0_{\text{АБ}}$=0,80) путем его удлинения.

Определим, во сколько раз надо увеличить число испытуемых или число попыток при тестировании:

$$m = \frac{r^0_{\text{АБ}} \times \left(1 - |r_{\text{АБ}}|\right)}{|r_{\text{АБ}}| \times \left(1 - r^0_{\text{АБ}}\right)} = \frac{0{,}80 \times (1 - 0{,}77)}{0{,}77 \times (1 - 0{,}80)} = 1{,}19.$$

Требуемое число испытуемых равно $m \times n = 1{,}19 \times 10 = 11{,}9 \cong 12$ человек.
Требуемое число попыток получим $m \times k = 1{,}19 \times 2 = 2{,}38 \cong 3$.

В обоих последних случаях округление производится всегда только в большую сторону, так как при округлении в меньшую сторону получится недостаточное количество испытуемых или попыток.

Вывод: для того чтобы повысить надежность теста до удовлетворительного уровня, необходимо протестировать 12 человек либо повторить тест 3 раза.

Примечание: *если у «тренера» надежность $r_{\text{АБ}}$ получится не ниже удовлетворительного уровня без удлинения теста, он может сразу переходить к выполнению работ IV этапа игры.*

Вариант выполнения работы в Excel

Для выполнения третьего этапа работы студент должен взять у преподавателя образец готовой таблицы, вписать результаты теста А и ретеста Б, построить корреляционное поле, рассчитать показатель надежности теста, провести оценку статистической достоверности показателя надежности и в случае необходимости повысить качество надежности теста путем его удлинения.

1. Откройте файл «*3. Оценка надежности теста.xlsx*», находящийся в папке «*Образцы таблиц Excel для отчетов*». На листе «*Таблицы для заполнения*» находятся заготовки таблиц для отчета, на листе «*Образцы готовых таблиц*» представлен образец отчета с готовыми таблицами и графиками.

2. Откройте файл «*2. Математические методы статистической обработки результатов измерений в спорте.xlsx*» с заполненными на II этапе таблицами.

3. На листе «*Таблицы для заполнения*» в таблице «*Расчет статистических характеристик выборки А*» выделите числовые значения столбца «$t_i^{\text{А}}$» и скопируйте их в столбец «*тест А*» таблицы «*Расчет показателя надежности теста*» в файле «*3. Оценка надежности теста.xlsx*».

4. В ячейке под столбцом рассчитайте *сумму* числовых значений столбца:

a) выделите рамкой ячейку, предназначенную для записи суммы;
b) нажмите комбинацию клавиш «*Alt+=*» и убедитесь, что мерцающей рамкой правильно выделен диапазон суммируемых ячеек;
c) нажмите клавишу «*Enter*».

5. Аналогично из столбца «$t_i^{\text{Б}}$» таблицы «*Расчет статистических характеристик выборки Б*» на листе «*Таблицы для заполнения*» файла «*2. Математические методы статистической обработки результатов измерений в спорте.xlsx*» скопируйте числовые значения в столбец «*ретест Б*» таблицы «*Расчет показателя надежности теста*» в файле «*3. Оценка надежности теста.xlsx*».

6. Аналогично п. 4 в ячейке под столбцом рассчитайте *сумму* числовых значений столбца.

7. Числовые значения столбцов «$t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}$» и «$\left(t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}\right)^2$» таблицы «*Расчет статистических характеристик выборки А*» в файле «*2. Математические методы статистической обработки результатов измерений в спорте.xlsx*» скопируйте в аналогичные столбцы таблицы «*Расчет показателя надежности теста*» в файле «*3. Оценка надежности теста.xlsx*».

8. Числовые значения столбцов «$t_i^{\text{Б}} - \bar{t}^{\text{Б}}$» и «$\left(t_i^{\text{Б}} - \bar{t}^{\text{Б}}\right)^2$» таблицы «*Расчет статистических характеристик выборки А*» в файле «*2. Математические методы статистической обработки результатов измерений в спорте.xlsx*» скопируйте в аналогичные столбцы таблицы «*Расчет показателя надежности теста*» в файле «*3. Оценка надежности теста.xlsx*».

9. Рассчитайте *суммы* столбцов «$\left(t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}\right)^2$» и «$\left(t_i^{\text{Б}} - \bar{t}^{\text{Б}}\right)^2$».

10. Рассчитайте столбец «$\left(t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}\right) \times \left(t_i^{\text{Б}} - \bar{t}^{\text{Б}}\right)$»:

a) в ячейку H3 (первую ячейку столбца) наберите формулу «=D3*F3», где D3 – адрес первой ячейки столбца «$t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}$», F3 – адрес первой ячейки столбца «$t_i^{\text{Б}} - \bar{t}^{\text{Б}}$»:
   i) наберите символ «=» (знак равенства);
   ii) щелкните мышкой по ячейке D3;
   iii) наберите символ «*» (знак умножения);
   iv) щелкните мышкой по ячейке F3;
   v) нажмите клавишу «*Enter*»;
b) используя автозаполнение (или копирование), заполните по образцу первой остальные ячейки столбца.

11. Рассчитайте *сумму* столбца «$\left(t_i^{А}-\bar{t}^{А}\right)\times\left(t_i^{Б}-\bar{t}^{Б}\right)$».

12. Постройте *корреляционное поле*, используя данные таблицы «*Расчет показателя надежности теста*»:

a) выделите столбцы «тест А» и «ретест Б» таблицы с заголовком, но без суммы так, как это показано на рисунке 3.7;

Расчёт показателя надёжности теста

№ п/п.	(тест А) t_i^A, мс	(ретест Б) $t_i^Б$, мс	$t_i^A-\bar{t}^A$, мс	$\left(t_i^A-\bar{t}^A\right)^2$, мс^2	$t_i^Б-\bar{t}^Б$, мс	$\left(t_i^Б-\bar{t}^Б\right)^2$, мс^2	$\left(t_i^A-\bar{t}^A\right)\times\left(t_i^Б-\bar{t}^Б\right)$, мс^2
1	203	200	-11,8	139,24	-6,5	42,25	76,7
2	218	212	3,2	10,24	5,5	30,25	17,6
3	181	173	-33,8	1142,44	-33,5	1122,25	1132,3
4	232	190	17,2	295,84	-16,5	272,25	-283,8
5	218	217	3,2	10,24	10,5	110,25	33,6
6	194	191	-20,8	432,64	-15,5	240,25	322,4
7	201	215	-13,8	190,44	8,5	72,25	-117,3
8	258	240	43,2	1866,24	33,5	1122,25	1447,2
9	239	223	24,2	585,64	16,5	272,25	399,3
10	204	204	-10,8	116,64	-2,5	6,25	27
Сумма	2148	2065		4789,6		3290,5	3055

Рисунок 3.7 – Выделенные ячейки для построения корреляционного поля

b) на вкладке «*Вставка*» в группе «*Диаграммы*» выберите команду «*Точечная*»;

c) в появившемся меню в разделе «*Точечная*» выберите «*Точечная с маркерами*»;

d) для настройки параметров диаграммы удалите легенду (надпись справа от области построения диаграммы) – щелкнув мышкой по легенде, нажмите клавишу «*Delete*», а в заголовке диаграммы напишите «*Корреляционное поле*»;

e) для того чтобы растянуть диаграмму в области построения, отформатируйте оси диаграммы:

i) щелкните правой кнопкой мышки по любому числу на оси X и выберите в контекстном меню пункт «*Формат оси*»;

ii) в появившемся диалоговом окне «*Формат оси*» (рисунок 3.8) в разделе «*Параметры оси*» выберите «*Минимальное значение*» – «*Фиксированное*», установив значение «*100*»;

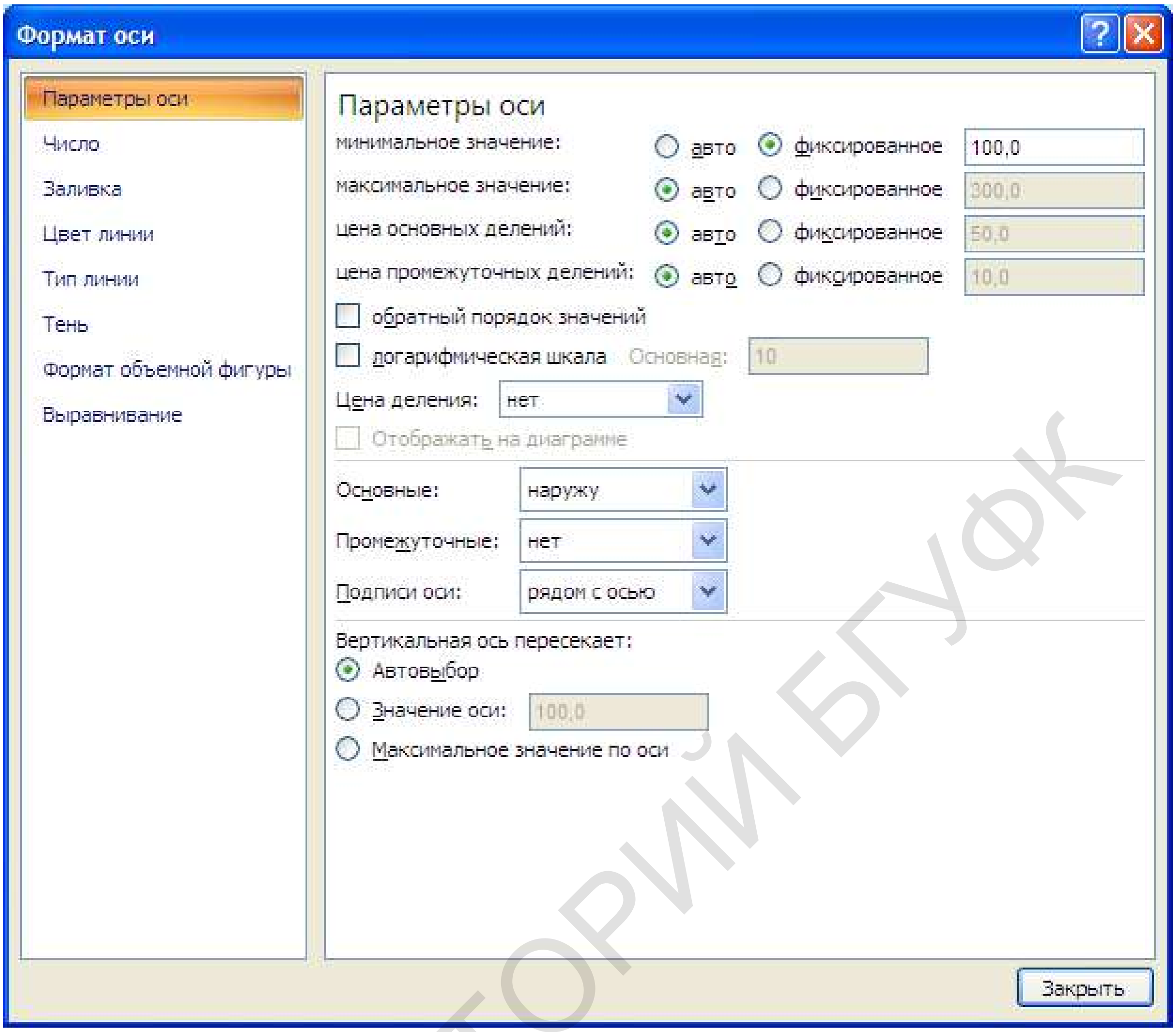


Рисунок 3.8 – Диалоговое окно «Формат оси»

iii) нажмите кнопку «*Закрыть*»;

iv) аналогичное форматирование проведите для оси *Y;*

f) на вкладке «*Вставка*» в группе «*Иллюстрации*» выберите команду «*Фигуры*»;

g) в появившемся меню в разделе «*Основные фигуры*» выберите «*Овал*»;

h) установите овал поверх диаграммы, протащив мышку с нажатой левой кнопкой по диагонали через область построения диаграммы;

i) чтобы сделать овал прозрачным, щелкните по нему правой кнопкой мышки и выберите пункт меню «*Формат фигуры*»;

j) в появившемся окне «*Изменение формы*» в разделе «*Заливка*» установите бегунок «*Прозрачность*» в крайнее правое положение, соответствующее значению «*100 %*»;

k) нажмите кнопку «*Закрыть*»;

l) путем изменения размера, пропорций овала, поворачивая его перетаскиванием зеленого кружка, добейтесь покрытия овалом облака точек корреляционного поля наподобие того, как это указано на листе «*Образцы готовых таблиц*».

13. В специально выделенной ячейке H19 рассчитайте величину показателя надежности (стабильности) теста. Для этого наберите в ячейку формулу «=H13/КОРЕНЬ(E13*G13)». Ссылки на ячейки при наборе формулы рекомендуется вставлять щелчком мышкой по соответствующим ячейкам. В ячейках E13, G13 и H13 находятся суммы столбцов таблицы «*Расчет показателя надежности теста*».

14. В специально выделенную ячейку D27 занесите вывод о степени надежности теста в соответствии с таблицей оценки надежности теста.

15. Проведите оценку статистической достоверности показателя надежности теста. Для этого последовательно выполните следующие действия:

a) ознакомьтесь со статистическими гипотезами, выдвигаемыми при проверке статистической достоверности показателя надежности – они представлены в строках 32 и 33 таблицы;
b) по таблице критических точек коэффициента корреляции (приложение 1) найдите критическое значение для условий, обозначенных в 34-й строке таблицы, и занесите в специально выделенную ячейку B35;
c) в ячейке H37 укажите принимаемую в данных условиях гипотезу (нулевую или конкурирующую);
d) в ячейке J39 укажите достоверность коэффициента надежности (недостоверен или достоверен).

16. Если надежность теста оказалась удовлетворительная, хорошая или отличная, можно сразу переходить к выполнению 4-го этапа. При сомнительной или плохой надежности просчитайте возможность повышения надежности теста до удовлетворительного уровня путем удлинения теста:

a) в специально выделенной ячейке D52 рассчитайте коэффициент удлинения, для чего наберите в ячейку формулу «=0,8*(1-ABS(H19))/(ABS(H19)*(1-0,8))», где ABS – функция, возвращающая модуль (абсолютную величину) числа (набирается латинскими буквами), H19 – адрес ячейки, в которой рассчитан коэффициент надежности;
b) в специально выделенной ячейке A56 рассчитайте минимально необходимое количество испытуемых для обеспечения удовлетворительной надежности теста, для чего введите в ячейку формулу «=ОКРУГЛВВЕРХ(D52*10;0)», где функция ОКРУГЛВВЕРХ округляет число до ближайшего большего по модулю, D52 – адрес ячейки, в которой рассчитан коэффициент удлинения (мы считаем первоначальное количество испытуемых, равное 10):
    i) установите рамку на ячейку A56;
    ii) нажмите кнопку «*Вставить функцию*»  слева от строки формул;
    iii) в появившемся окне «*Мастер функций*» в категории «*10 недавно использовавшихся*» или «*Математические*» выберите функцию ОКРУГЛВВЕРХ;

iv) щелкните мышкой кнопку «*Ок*»;

v) в появившемся окне «*Аргументы функции*» в поле «*Число*» введите «D52*10», в поле «*Число_разрядов*» введите «0» (рисунок 3.9);

vi) щелкните мышкой кнопку «*Ок*»;

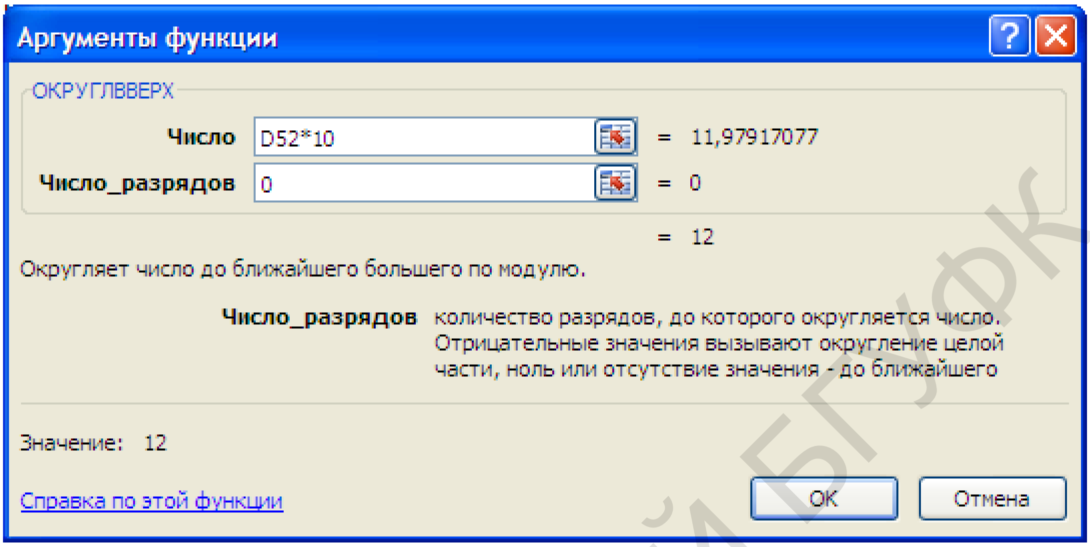


Рисунок 3.9 – Окно «Аргументы функции» с введенными значениями

c) аналогично в специально выделенной ячейке E56 рассчитайте минимально необходимое количество попыток для обеспечения удовлетворительной надежности теста, для чего введите в ячейку формулу «=ОКРУГЛВВЕРХ(D52*2;0)» (мы считаем первоначальное количество попыток, равное 2 – тест и ретест).

17. Сохраните файл «*3. Оценка надежности теста.xlsx*».

IV этап деловой игры
ОЦЕНКА ИНФОРМАТИВНОСТИ ТЕСТА

Цели:

1. Ознакомиться с методами оценки информативности тестов.
2. Приобрести навыки определения коэффициента информативности теста.

1. ИНФОРМАТИВНОСТЬ ТЕСТОВ (ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ)

Информативность теста – это степень точности, с какой он измеряет свойство (качество, способность, характеристику и т. д.), для оценки которого используется. Информативность нередко называют валидностью (обоснованность, действительность, законность). Допустим, что для определения уровня специальной силовой подготовленности спринтеров – бегунов и пловцов – хотят использовать следующие показатели: 1) кистевую динамометрию; 2) силу сгибателей стопы; 3) силу разгибателей плеча; 4) силу разгибателей шеи. На основе этих тестов предполагают управлять тренировочным процессом, в частности находить слабые звенья двигательного аппарата и целенаправленно укреплять их. Хорошие ли тесты выбраны? Информативны ли они? Даже не проводя специальных экспериментов, можно догадаться, что второй тест, вероятно, информативен у спринтеров-бегунов, третий – у пловцов, а первый и четвертый, наверное, не покажут ничего интересного ни у пловцов, ни у бегунов (хотя могут оказаться очень полезными для представителей других видов спорта, например, борцов). В разных случаях одни и те же тесты могут иметь разную информативность.

Вопрос об информативности теста распадается на 2 частных вопроса:

1. Что измеряет данный тест?
2. Как точно он измеряет?

Например, можно ли по такому показателю, как МПК, судить о подготовленности бегунов-стайеров, и если можно, то с какой степенью точности? Иными словами, какова информативность МПК у стайеров? Можно ли использовать этот тест в процессе контроля?

Если тест используется для определения состояния спортсмена в момент обследования, то говорят о *диагностической* информативности теста. Если же на основе результатов тестирования хотят сделать вывод о возможных будущих показателях спортсмена, – о *прогностической* информативности. Тест может быть диагностически информативен, а прогностически – нет, и наоборот.

Степень информативности может характеризоваться количественно на основе опытных данных (так называемая *эмпирическая* информативность) и качественно – на основе содержательного анализа ситуации (*содержательная*, или *логическая* информативность). Хотя в практической работе содержательный анализ всегда должен предшествовать математическому, здесь для удобства изложения рассматриваются сначала методы расчета эмпирической информативности.

2. ЭМПИРИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИВНОСТЬ (СУЩЕСТВУЕТ ИЗМЕРЯЕМЫЙ КРИТЕРИЙ)

Идея определения эмпирической информативности состоит в том, что результаты теста сравнивают с некоторым критерием. Для этого рассчитывают коэффициент корреляции между критерием и тестом (и такой коэффициент называют коэффициентом информативности и обозначают r_{tk}, где t – первая буква в слове «тест»; k – в слове «критерий»).

В качестве критерия берется показатель, заведомо и бесспорно содержащий то свойство, которое собираются измерять с помощью теста.

Нередко бывает так, что существует вполне определенный критерий, с которым можно сравнить предполагаемый тест. Например, при оценке специальной подготовленности спортсменов в видах спорта с объективно измеряемыми результатами таким критерием обычно служит сам результат: более информативен тот тест, корреляция которого со спортивным результатом выше. При определении прогностической информативности критерием является показатель, прогноз которого надо осуществить (например, если прогнозируется длина тела ребенка, критерий – длина его тела во взрослые годы).

Чаще всего в спортивной метрологии критериями служат:

1. Спортивный результат.

2. Какая-либо количественная характеристика соревновательной деятельности (например, длина шага в беге, сила отталкивания в прыжках, успешность борьбы под щитом в баскетболе, выполнение подачи в теннисе или волейболе, процент точных длинных передач в футболе).

3. Результаты другого теста, информативность которого доказана, если проведение теста-критерия громоздко и сложно и можно подобрать другой тест, столь же информативный, но более простой. Например, вместо газообмена определять ЧСС. Этот частный случай, когда критерием является другой тест, называют *конкурентной* информативностью.

4. Принадлежность к определенной группе. Например, можно сравнивать мастеров спорта и спортсменов низших разрядов. Принадлежность к одной из этих групп является критерием. В данном случае используются специальные разновидности корреляционного анализа.

5. Так называемый составной критерий. Например, сумма очков в многоборье. При этом виды многоборья и таблицы очков могут быть как общепринятыми, так и заново составленные экспериментатором. Составным критерием пользуются, когда нет единичного критерия (например, если стоит задача оценить общую физическую подготовленность, мастерство игрока в спортивных играх и т. д., ни один показатель, взятый сам по себе, не может служить критерием).

Пример определения информативности одного и того же теста – скорость бега 30 м с ходу у мужчин – при разных критериях приведен в таблице 4.1 (эти данные получены на 62 спортсменах, показавших в прыжках в длину результаты от 6 до 7,72 см; результаты в троеборье брались на основании опроса).

Таблица 4.1 – Информативность теста «бег 30 м с ходу» (n = 62)

Критерий	Мера критерия	Коэффициент информативности
Прыжок в длину с разбега	Результат прыжка, см	0,658
Разбег в прыжках в длину	Скорость бега на последних 10 м, м/с	0,918
Спортивные достижения в прыжках в длину	Разряд по легкой атлетике (от второго до мастера спорта)	0,715
Результат в троеборье: 100 м, прыжки в длину, бег 100 м с/б	Сумма очков	0,764

Вопрос о выборе критерия является, по существу, самым важным при определении реального значения и информативности теста. Например, если стоит задача определить информативность такого теста, как прыжок в длину с места у спринтеров, то можно выбрать разные критерии: результат в беге на 100 м, длину шага, отношение длины шага к длине ног или росту и т. д. Информативность теста при этом будет меняться (в приведенном примере она возрастала от 0,558 для скорости бега до 0,78 для отношения «длина шага/длина ноги»; испытуемыми были 44 спринтера, показавших результаты в беге на 100 м от 11,6 до 10,5 с).

В видах спорта, где нельзя объективно измерить спортивное мастерство, стараются обойти эту трудность введением искусственных критериев. Например, в командных спортивных играх эксперты располагают всех игроков по их мастерству в определенном порядке (т. е. составляют списки 20, 50 или, скажем, 100 сильнейших игроков). Место, занятое спортсменом (его ранг), рассматривается в качестве критерия, с которым и сравнивают результаты тестов с целью определения их информативности.

Возникает вопрос: зачем использовать тесты, если известен критерий? Например, не проще ли устроить контрольные соревнования и определить спортивный результат, чем определять достижения в контрольных упражнениях? Однако:

1. Спортивный результат не всегда можно или целесообразно определить (например, нельзя часто проводить соревнования в марафонском беге, зимой нельзя обычно зарегистрировать результат в метании копья, а летом – в лыжных гонках).

2. Спортивный результат зависит от многих причин (факторов), таких, например, как сила спортсмена, его выносливость, техника и т. д. Применение тестов дает возможность определить сильные и слабые стороны спортсменов, оценить каждый из этих факторов в отдельности.

3. ЭМПИРИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИВНОСТЬ В ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ

При практическом использовании показателей эмпирической информативности следует иметь в виду, что они справедливы лишь по отношению к тем испытуемым и условиям, для которых они рассчитаны.

Информативность теста неодинакова в разных по составу группах. В частности, в группах, более однородных по своему составу, тест обычно менее информативен. Если определена информативность теста в какой-либо группе, а затем сильнейшие из нее включены в сборную команду, то информативность того же теста в сборной команде будет значительно ниже. Причина этого состоит в том, что отбор уменьшает общую дисперсию результатов в группе и снижает величины коэффициентов корреляции.

Коэффициент информативности очень сильно зависит от надежности теста и критерия. Тест с низкой надежностью всегда малоинформативен, поэтому тест с низкой надежностью можно не проверять на информативность. Недостаточная надежность критерия тоже приводит к снижению показателя информативности. Однако в данном случае было бы неверно пренебрегать тестом как малоинформативным, так как в этом случае верхней границей возможной корреляции теста является не ± 1, а его индекс надежности. Поэтому надо сравнивать коэффициент информативности с этим индексом.

4. СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ (ЛОГИЧЕСКАЯ) ИНФОРМАТИВНОСТЬ

Информативность теста не всегда может быть установлена с помощью эксперимента и статистической обработки его результатов. Например, требуется подготовить билеты для экзамена или темы дипломных работ и т. д. При этом надо отобрать наиболее информативные вопросы, по которым можно точнее всего оценить знания учащихся и подготовленность к практической работе. В этом случае опираются на содержательный (логический) анализ.

Иногда бывает так, что информативность теста ясна без всяких экспериментов, это имеет место тогда, когда тест является частью тех действий, которые спортсмен выполняет на соревнованиях. Едва ли нужны эксперименты, чтобы оценить информативность таких тестов, как бег на 60 м и 100 м для определения скоростных качеств, время поворотов в плавании, скорость на последних шагах разбега в прыжках в длину, процент попадания штрафных бросков в баскетболе и т. д. Однако если таких тестов несколько, и из них надо отобрать самые информативные, без математических методов теории тестов не обойтись.

Содержательный анализ информативности тестов и экспериментально-математическое ее обоснование должны дополнять друг друга. Ни один из этих подходов, отдельно взятый, не является достаточным. В частности, если в результате эксперимента определен высокий коэффициент информативности теста, нужно обязательно проверить, не следствие ли это так называемой ложной корреляции. Она возможна, когда на результаты обоих коррелирующих признаков влияет некоторый третий показатель, который сам по себе не представляет интереса.

5. СИТУАЦИЯ И ОРГАНИЗАЦИЯ ИГРЫ НА IV ЭТАПЕ

Добротным может быть признан тест, удовлетворяющий требованиям не только надежности, но и информативности. Поэтому на данном этапе «тренеру» необходимо проделать работу по оценке информативности теста, используемого для контроля развития у спортсменов скоростных качеств.

Для этого он рассчитывает коэффициент корреляции между результатами выполнения теста А и теста-критерия В. Этот коэффициент корреляции служит мерой информативности теста А. Если его величина оказывается недостаточно высокой (а значит, низкой окажется и информативность), «тренеру» следует для контроля за скоростными качествами спортсменов подобрать новый, более информативный тест.

6. ПОРЯДОК РАБОТЫ НА IV ЭТАПЕ

1. Ознакомиться с ситуацией и организацией игры на IV этапе.
2. Ознакомиться с теоретическими сведениями.
3. Ознакомиться с образцом отчета о работе на IV этапе.
4. Построить корреляционное поле.
5. Вычислить коэффициент информативности и оценить информативность теста А.
6. Оценить статистическую достоверность показателя информативности.
7. Оформить отчет о проделанной работе (по образцу, приведенному далее).

ОТЧЕТ
о работе на IV этапе игры
(*образец*)

Тема: Оценка информативности теста.

Цели:

1. Ознакомиться с методами оценки информативности теста.
2. Приобрести навыки определения коэффициента информативности теста.

Контрольные вопросы по IV этапу работы:

1. Информативность теста.
   - 1.1. Диагностическая и прогностическая информативность.
   - 1.2. Эмпирическая информативность.
   - 1.3. Логическая информативность.
   - 1.4. Критерии оценки информативности.

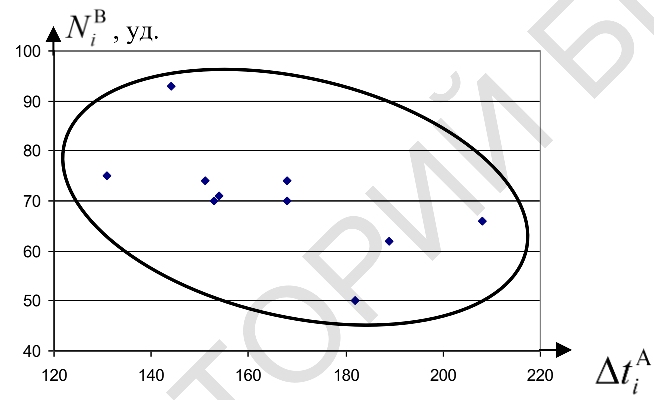
2. Статистические гипотезы.

    2.1. Определение статистической гипотезы, примеры.
    2.2. Критерии проверки статистических гипотез.
    2.3. Ошибки первого и второго рода.
    2.4. Уровень значимости.

Корреляционное поле

Представим взаимосвязь результатов измерения теста А и теста-критерия В в виде графика, для чего в прямоугольной системе координат построим корреляционное поле. Результаты теста А будем откладывать по оси абсцисс, а результаты теста В по оси ординат.

Для наглядности построим график в системе координат, смещенной относительно нуля. Выберем масштаб, позволяющий нанести на график все исходные данные. По оси *X:* 1 см ≡ 10 мс. По оси *Y:* 1 см ≡ 10 уд.



Визуальный анализ построенного корреляционного поля позволяет заключить, что связь между тестом А и тестом-критерием В линейная и имеет отрицательное направление (диаграмма рассеивания по форме близка к эллипсу и направлена вниз).

Так как результаты теста А и теста-критерия В измерены в шкале отношений, а число попыток равно двум, для оценки информативности теста выберем парный коэффициент корреляции Бравэ – Пирсона $r_{АБ}$, рассчитываемый по формуле:

$$r_{AB} = \frac{\sum\left(t_i^{A} - \bar{t}^{A}\right)\left(N_i^{B} - \overline{N}^{B}\right)}{\sqrt{\sum\left(t_i^{A} - \bar{t}^{A}\right)^2 \sum\left(N_i^{B} - \overline{N}^{B}\right)^2}}.$$

Пользуясь данными, полученными на I и II этапах игры, составим таблицу 4.2 для расчета показателя информативности теста.

Таблица 4.2 – Расчет показателя информативности теста

№ п/п	Тест А, Δt_i^{A}, мс	Тест-критерий В, N_i^{B}, уд.	$t_i^{\text{A}} - \bar{t}^{\text{A}}$, мс	$\left(t_i^{\text{A}} - \bar{t}^{\text{A}}\right)^2$, мс^2	$N_i^{\text{B}} - \overline{N}^{\text{B}}$, уд	$\left(N_i^{\text{B}} - \overline{N}^{\text{B}}\right)^2$, уд^2	$\left(t_i^{\text{A}} - \bar{t}^{\text{A}}\right) \times \left(N_i^{\text{B}} - \overline{N}^{\text{B}}\right)$, мс×уд
1	153	70	–12	144	–1	1	12
2	168	74	3	9	3	9	9
3	131	75	–34	1156	4	16	–136
4	182	50	17	289	–21	441	–357
5	168	70	3	9	–1	1	–3
6	144	93	–21	441	22	484	–462
7	151	74	–14	196	3	9	–42
8	208	66	43	1849	–5	25	–215
9	189	62	24	576	–9	81	–216
10	154	71	–11	121	0	0	0
	Σ = 1648	Σ = 705		Σ = 4790		Σ = 1067	Σ = –1410

Подсчитаем величину показателя информативности:

$$r_{\text{AB}} = \frac{\sum\left(t_i^{\text{A}} - \bar{t}^{\text{A}}\right)\left(N_i^{\text{B}} - \overline{N}^{\text{B}}\right)}{\sqrt{\sum\left(t_i^{\text{A}} - \bar{t}^{\text{A}}\right)^2 \sum\left(N_i^{\text{B}} - \overline{N}^{\text{B}}\right)^2}} = \frac{-1410}{\sqrt{4790 \times 1067}} = -0{,}62.$$

Для оценки информативности теста воспользуемся таблицей 4.3.

Таблица 4.3 – Качество информативности теста

Величина показателя информативности $\lvert r_{\text{AB}} \rvert$	0,99–0,95	0,94–0,90	0,89–0,80	0,79–0,70	0,69 и менее
Информативность	Отличная	Хорошая	Удовлетворительная	Сомнительная	Плохая

Вывод: так как $\lvert r_{\text{AB}} \rvert$ < 0,69, информативность теста *плохая*.

Оценим *статистическую достоверность показателя информативности*.

Выдвинем две статистические гипотезы:

– нулевую – $\boldsymbol{H_0}$: предполагаем, что показатель информативности теста статистически недостоверен ($r_{\text{ген}} = 0$);

– конкурирующую – $\boldsymbol{H_1}$: предполагаем, что показатель информативности теста статистически достоверен ($r_{\text{ген}} > 0$).

Конкурирующая гипотеза дает основание использовать одностороннюю критическую область.

Для сравнения выдвинутых гипотез найдем критическое значение коэффициента корреляции. По таблице критических точек коэффициента корреляции (приложение 1) для односторонней критической области при $n = 10$ и $\alpha = 0{,}05$ находим $r_{\text{крит}} = 0{,}549$. Сравниваем $r_{\text{набл}}$ с $r_{\text{крит}}$.

Вывод: так как наблюдаемое значение критерия попало в критическую область $|r_{\text{набл}}|(0{,}62) > r_{\text{крит}}(0{,}549)$, принимаем гипотезу H_1 – показатель информативности теста для данной группы «спортсменов» статистически достоверен с вероятностью 0,95.

Вариант выполнения работы в Excel

Для выполнения четвертого этапа работы, студент должен взять у преподавателя образец готовой таблицы, вписать результаты теста А и теста-критерия В, построить корреляционное поле, рассчитать показатель информативности теста, провести оценку статистической достоверности показателя информативности.

1. Откройте файл «*4. Оценка информативности теста.xlsx*», находящийся в папке «*Образцы таблиц Excel для отчетов*». На листе «*Таблицы для заполнения*» находятся заготовки таблиц для отчета, на листе «*Образцы готовых таблиц*» представлен образец отчета с готовыми таблицами и графиками.
2. Откройте файл «*2. Математические методы статистической обработки результатов измерений в спорте.xlsx*» с заполненными на II этапе таблицами.
3. На листе «*Таблицы для заполнения*» в таблице «*Расчет статистических характеристик выборки А*» выделите числовые значения столбца «$t_i^{\text{А}}$» и скопируйте их в столбец «*тест А*» таблицы «*Расчет показателя информативности теста*» в файле «*4. Оценка информативности теста.xlsx*».
4. В ячейке под столбцом рассчитайте *сумму* числовых значений столбца:
   a) выделите рамкой ячейку, предназначенную для записи суммы;
   b) нажмите комбинацию клавиш «*Alt+=*» и убедитесь, что мерцающей рамкой правильно выделен диапазон суммируемых ячеек;
   c) нажмите клавишу «*Enter*».
5. Аналогично из столбца «$N_i^{\text{В}}$» таблицы «*Расчет статистических характеристик выборки В*» на листе «*Таблицы для заполнения*» файла «*2. Математические методы статистической обработки результатов измерений в спорте.xlsx*» скопируйте числовые значения в столбец «*тест-критерий В*» таблицы «*Расчет показателя информативности теста*» в файле «*4. Оценка информативности теста.xlsx*».
6. Аналогично п. 4 в ячейке под столбцом рассчитайте *сумму* числовых значений столбца.
7. Числовые значения столбцов «$t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}$» и «$\left(t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}\right)^2$» таблицы «*Расчет статистических характеристик выборки А*» в файле «*2. Математические методы статистической обработки результатов измерений в спорте.xlsx*» скопируйте в аналогичные столбцы таблицы «*Расчет показателя информативности теста*» в файле «*4. Оценка информативности теста.xlsx*».

8. Числовые значения столбцов «$N_i^{\text{В}} - \overline{N}^{\text{В}}$» и «$\left(N_i^{\text{В}} - \overline{N}^{\text{В}}\right)^2$» таблицы «*Расчет статистических характеристик выборки В*» в файле «*2. Математические методы статистической обработки результатов измерений в спорте.xlsx*» скопируйте в аналогичные столбцы таблицы «*Расчет показателя информативности теста*» в файле «*3. Оценка информативности теста.xlsx*».

9. Рассчитайте *суммы* столбцов «$\left(t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}\right)^2$» и «$\left(N_i^{\text{В}} - \overline{N}^{\text{В}}\right)^2$».

10. Рассчитайте столбец «$\left(t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}\right) \times \left(N_i^{\text{В}} - \overline{N}^{\text{В}}\right)$»:

a) в ячейку H3 (первую ячейку столбца) наберите формулу «=D3*F3», где D3 – адрес первой ячейки столбца «$t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}$», F3 – адрес первой ячейки столбца «$N_i^{\text{В}} - \overline{N}^{\text{В}}$»:

v) наберите символ «=» (знак равенства);
vi) щелкните мышкой по ячейке D3;
vii) наберите символ «*» (знак умножения);
viii) щелкните мышкой по ячейке F3;
ix) нажмите клавишу «*Enter*»;

b) используя автозаполнение (или копирование), заполните по образцу первой остальные ячейки столбца.

11. Рассчитайте *сумму* столбца «$\left(t_i^{\text{А}} - \bar{t}^{\text{А}}\right) \times \left(N_i^{\text{В}} - \overline{N}^{\text{В}}\right)$».

12. Постройте *корреляционное поле*, используя данные таблицы «*Расчет показателя информативности теста*»:

a) выделите столбцы «тест А» и «тест-критерий В» таблицы с заголовком, но без суммы (по образцу на рисунке 3.7 на III этапе);

b) на вкладке «*Вставка*» в группе «*Диаграммы*» выберите команду «*Точечная*»;

c) в появившемся меню в разделе «*Точечная*» выберите «*Точечная с маркерами*»;

d) для настройки параметров диаграммы удалите легенду (надпись справа от области построения диаграммы) – щелкнув мышкой по легенде, нажмите клавишу «*Delete*», а в заголовке диаграммы напишите «*Корреляционное поле*»;

e) для того чтобы растянуть диаграмму в области построения, отформатируйте оси диаграммы:

i) щелкните правой кнопкой мышки по любому числу на оси *X* и выберите в контекстном меню пункт «*Формат оси*»;
ii) в появившемся диалоговом окне «*Формат оси*» (см. рисунок 3.8 на III этапе) в разделе «*Параметры оси*» выберите «*минимальное значение*» – «*Фиксированное*», установив значение «100»;
iii) нажмите кнопку «*Закрыть*»;
iv) щелкните правой кнопкой мышки по любому числу на оси *Y* и выберите в контекстном меню пункт «*Формат оси*»;

v) в появившемся диалоговом окне «*Формат оси*» (см. рисунок 3.8 на III этапе) в разделе «*Параметры оси*» выберите «*Минимальное значение*» – «*Фиксированное*», установив значение «30»;
vi) нажмите кнопку «*Закрыть*»;

f) на вкладке «*Вставка*» в группе «*Иллюстрации*» выберите команду «*Фигуры*»;
g) в появившемся меню в разделе «*Основные фигуры*» выберите «*Овал*»;
h) установите овал поверх диаграммы, протащив мышку с нажатой левой кнопкой по диагонали через область построения диаграммы;
i) чтобы сделать овал прозрачным, щелкните по нему правой кнопкой мышки и выберите пункт меню «*Формат фигуры*»;
j) в появившемся окне «*Изменение формы*» в разделе «*Заливка*» установите бегунок «*Прозрачность*» в крайнее правое положение, соответствующее значению «*100 %*»;
k) нажмите кнопку «*Закрыть*»;
l) путем изменения размера, пропорций овала, поворачивая его перетаскиванием зеленого кружка, добейтесь покрытия овалом облака точек корреляционного поля наподобие того, как это указано на листе «*Образцы готовых таблиц*».

13. В специально выделенной ячейке H19 рассчитайте величину показателя информативности теста. Для этого наберите в ячейку формулу «=H13/КОРЕНЬ(E13*G13)». Ссылки на ячейки при наборе формулы рекомендуется вставлять щелчком мышкой по соответствующим ячейкам. В ячейках E13, G13 и H13 находятся суммы столбцов таблицы «*Расчет показателя информативности теста*».

14. В специально выделенную ячейку D27 занесите вывод о степени информативности теста в соответствии с таблицей оценки информативности теста.

15. Проведите оценку статистической достоверности показателя информативности теста. Для этого последовательно выполните следующие действия:

a) ознакомьтесь со статистическими гипотезами, выдвигаемыми при проверке статистической достоверности показателя информативности, – они представлены в строках 32 и 33 таблицы;
b) по таблице критических точек коэффициента корреляции (приложение 1 данного практикума) найдите критическое значение для условий, обозначенных в 34-й строке таблицы, и занесите в специально выделенную ячейку B35;
c) в ячейке H37 укажите принимаемую в данных условиях гипотезу (нулевую или конкурирующую);
d) в ячейке J39 укажите достоверность коэффициента информативности (недостоверен или достоверен).

16. Сохраните файл «*4. Оценка информативности теста.xlsx*».

V этап деловой игры
ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДИКИ ТРЕНИРОВКИ

Цели:

1. Ознакомиться с особенностями нормального закона распределения результатов тестирования.
2. Приобрести навыки по проверке выборочного распределения на нормальность.
3. Приобрести навыки оценки эффективности методики тренировки.
4. Научиться рассчитывать и строить доверительные интервалы для генеральных средних арифметических малых выборок.

1. СИТУАЦИЯ И ОРГАНИЗАЦИЯ ИГРЫ НА V ЭТАПЕ

На предыдущих этапах игры «тренеры» оценили надежность и информативность теста, выбранного ими для контроля развития у спортсменов скоростных качеств. В случае если надежность и информативность теста оказывались достаточно высокими, они принимали решение о возможности приступить к тренировкам и применять указанный тест по назначению. Если же надежность и информативность оказывались неприемлемо низкими, «тренеры» подбирали более добротный тест и только после этого приступали к тренировкам.

На данном этапе «тренеры» занимаются определением эффективности тренировок с использованием предложенной методики ускоренного развития скоростных качеств у спортсменов. Кроме того, «тренеры» определяют, насколько улучшились скоростные качества спортсменов через определенный промежуток проведения интенсивных тренировок.

Допускается, что выбранный специальный тест оказался недобротным. Поэтому для более достоверной оценки скоростных качеств будет использоваться тест, описанный в I этапе игры как тест-критерий.

Делается допущение, что прошло два месяца интенсивных тренировок, и появилась возможность оценить их эффективность. Поэтому «тренеры» проводят повторное тестирование. Результаты повторного измерения у спортсменов показателя скоростных качеств, достигнутого якобы ими после тренировок, обозначаются индексом Г.

Имея в своем распоряжении результаты тестирования, «тренеры» на основании выборок В и Г составляют выборку парных разностей d_i, представляющую собой выборку значений прироста результатов. Затем выборку d_i проверяют на нормальность распределения (нормальный закон распределения результатов измерений будет описан в пункте 3) и согласно полученным результатам выбирают для оценки эффективности тренировок либо параметрический критерий Стьюдента (если распределение нормальное), либо непараметрический критерий Уилкоксона (если распределение отличается от нормального). С помощью выбранного критерия «тренеры» оценивают эффективность тренировок. Для логической завершенности проделанной работы «тренеры» вычисляют доверительный интервал для прироста результатов теста и строят графически его на числовой шкале.

Затем «тренеры» делают общий вывод и сдают отчет о проделанной работе.

2. ВЫБОР КРИТЕРИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Оценка эффективности методики тренировки, используемой спортсменами для развития скоростных качеств, сводится к сравнению средних арифметических значений двух попарно зависимых выборок: выборки, образованной из результатов измерения у спортсменов величины показателя скоростных качеств перед началом двухмесячной тренировки, и выборки, состоящей из результатов измерения величины этого показателя после упомянутых тренировок. Если окажется, что различия средних арифметических больше, например, 5 ударов, то можно утверждать, что новая методика оказалась эффективной. Но при этом неизвестно, с какой вероятностью можно делать такое утверждение, поэтому невозможно точно доказать наличие или отсутствие различий.

Возникает задача подбора критерия (математического аппарата), адекватного (соответствующего) свойствам сравниваемых выборок.

При решении этой задачи нужно учитывать объем выборок и закон, по которому распределяется выборка, составленная из разностей парных результатов измерений, взятых из вышеупомянутых двух выборок.

Если объем у попарно зависимых выборок мал (n < 30), то при нормальном законе распределения выборки парных разностей для сравнения средних значений выборок используется точный параметрический t-критерий Стьюдента для попарно зависимых выборок, а при отличающемся от нормального закона распределении – приближенный непараметрический U-критерий Уилкоксона для попарно зависимых выборок.

3. НОРМАЛЬНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Многие ряды распределения, встречающиеся в статистических наблюдениях, можно охарактеризовать формулами разных математических функций. Функции или законы распределения случайных величин бывают следующие: биноминальное, геометрическое, равномерное, нормальное и др. Самым важным в статистике является нормальное распределение.

Нормальное распределение – это совокупность объектов, в которой крайние значения некоторого признака – наименьшее и наибольшее – появляются редко; чем ближе значение признака к среднему значению, тем чаще оно встречается. Например, распределение студентов по их весу приближается к нормальному.

Нормальный закон (закон Гаусса) распределения результатов измерений непрерывных величин наиболее часто встречается и в спортивной практике.

Нормальное распределение описывается формулой, впервые предложенной английским математиком Муавром в 1733 году:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma^2}}, \qquad (5.1)$$

где π и e – математические константы (π = 3,141; e = 2,718); $\bar{x}$ и σ – соответственно, среднее арифметическое и среднее квадратическое отклонение результатов измерений; x_i – результаты измерений; $f(x)$ – так называемая функция плотности распределения.

Плотность распределения – это количество признака в единице интервала.

Формула (5.1) позволяет получить в виде графика кривую нормального распределения (рисунок 5.1), которая симметрична относительно центра группирования (как правило, это значение среднего арифметического $\bar{x}$).

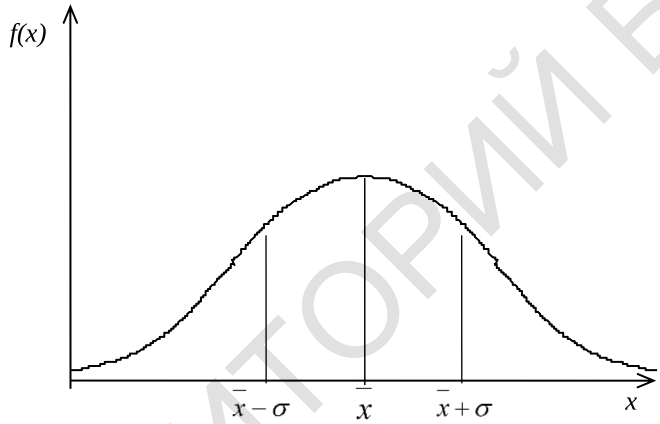


Рисунок 5.1 – Кривая нормального распределения

Эта кривая может быть получена из полигона распределения при бесконечно большом числе наблюдений и интервалов (см. рисунок 2.1 II этапа игры).

Чтобы избежать неудобств, связанных с расчетами для каждого конкретного случая по достаточно сложной формуле (5.1), используют так называемое нормированное (или стандартное) нормальное распределение, для которого составлены подробные таблицы.

Нормированное нормальное распределение имеет параметры $\bar{x} = 0$ и $\sigma = 1$. Это распределение получается, если пронормировать нормально распределенную величину x по формуле:

$$u = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}.$$

Плотность распределения вероятностей нормированного нормального распределения записывается в виде:

$$f(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\times e^{-\frac{u^2}{2}}.$$

На кривой нормированного нормального распределения (рисунок 5.2) указаны в процентах доли площадей, соответствующих отмеченным значениям нормированного отклонения *u*, по отношению к общей площади под кривой, равной 1 (100 %). Эти площади определяют вероятности попадания случайной величины в соответствующие интервалы.

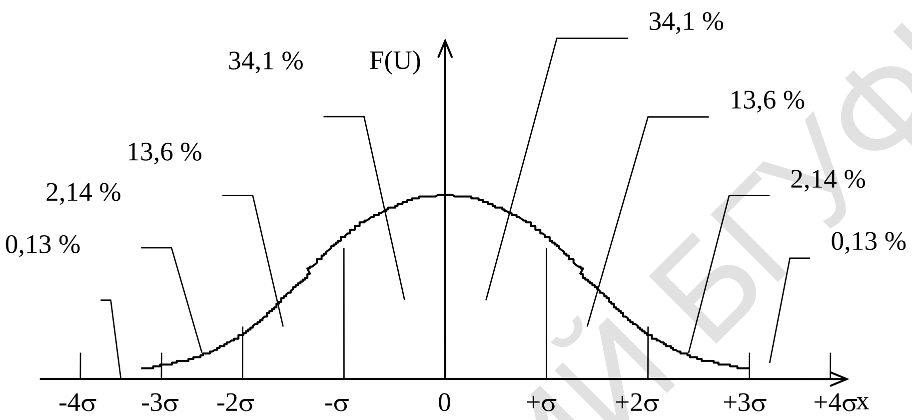


Рисунок 5.2 – Кривая нормированного распределения

4. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА КРИВОЙ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1. Кривая (рисунок 5.1) симметрична относительно среднего арифметического (моды, медианы).

2. При $x=\bar{x}$ $\quad f(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cong\dfrac{0{,}4}{\sigma}$.

3. При $x\to\pm\infty$ $\quad f(x)\to 0$.

4. Площадь, заключенная между кривой *f(x)* и осью *x*, равна единице.

5. Кривая имеет две точки перегиба при $x=\bar{x}\pm\sigma$.

5. ВЛИЯНИЕ $\bar{X}$ И σ НА ВИД КРИВОЙ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1. Изменение среднего арифметического значения не меняет форму кривой, а приводит лишь к сдвигу кривой вдоль оси *X*: $\bar{x}_2>\bar{x}_1$ при $\sigma = const$.

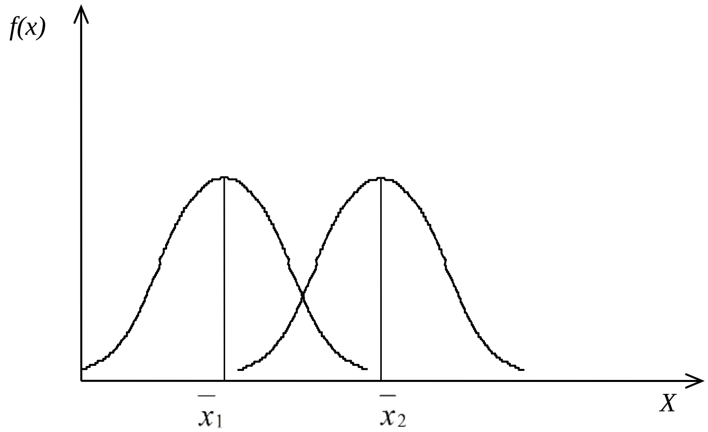


Рисунок 5.3 – Влияние $\bar{x}$ на вид кривой нормального распределения

2. С увеличением σ максимальная ордината кривой убывает, а сама кривая становится более пологой, при уменьшении σ кривая становится более островершинной. При любых значениях $\bar{x}$ и σ площадь, ограниченная кривой и осью *X*, одинакова и равна единице.

В результате спортивной тренировки средняя арифметическая $\bar{x}$ должна улучшаться (в зависимости от вида спорта или увеличиваться, или уменьшаться), а стандартное отклонение σ должно уменьшаться. С увеличением стабильности и устойчивости спортивных результатов, составляющих нормально распределенные выборки, кривая распределения становится более островершинной.

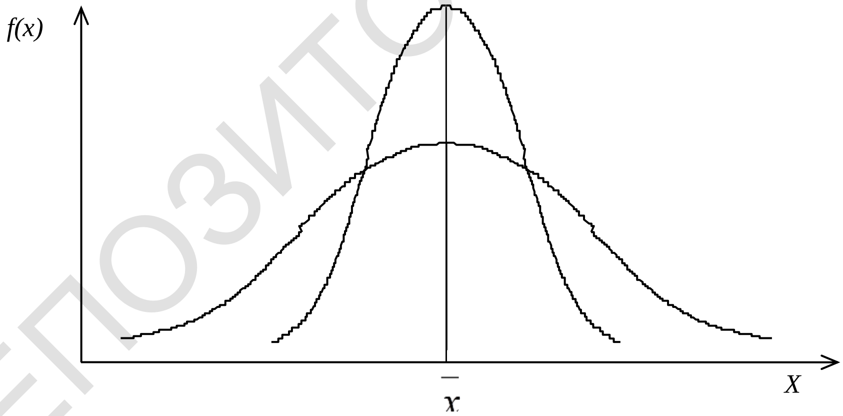


Рисунок 5.4 – Влияние σ на вид кривой нормального распределения

6. ВЕРОЯТНОСТИ ПОПАДАНИЯ В ОБЛАСТИ $\bar{x}\pm\sigma$, $\bar{x}\pm 2\sigma$, $\bar{x}\pm 3\sigma$. ПРАВИЛО ТРЕХ СИГМ

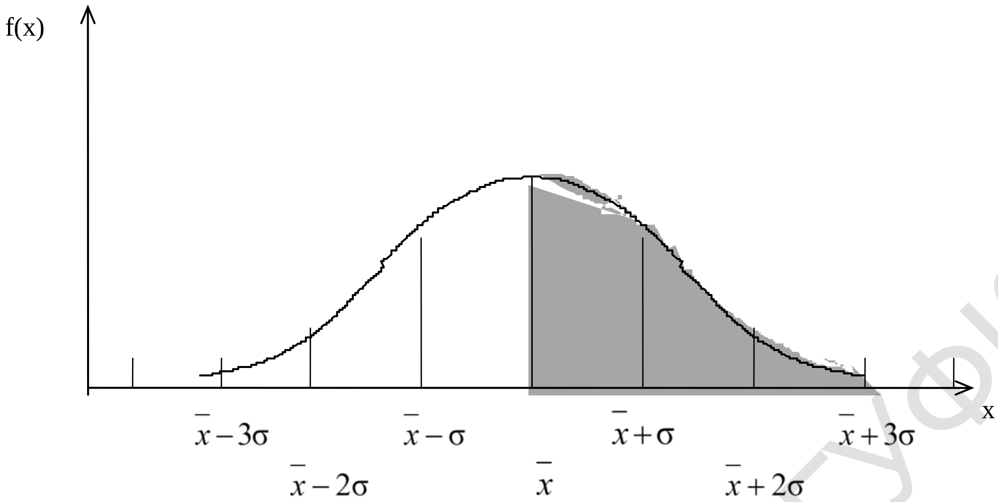


Рисунок 5.5 – Вероятность попадания результатов, составляющих нормально распределенную выборку, на заданный участок кривой:

68,27 % всех результатов попадает на участок от $\bar{x}-\sigma$ до $\bar{x}+\sigma$;

95,45 % всех результатов попадает на участок от $\bar{x}-2\sigma$ до $\bar{x}+2\sigma$;

99,73 % всех результатов попадает на участок от $\bar{x}-3\sigma$ до $\bar{x}-3\sigma$

Правило трех сигм заключается в том, что практически все результаты, составляющие нормально распределенную выборку, находятся в пределах $\bar{x}\pm 3\sigma$.

Это правило можно использовать при решении следующих важных задач:

1. Оценки нормальности распределения выборочных данных. Если результаты находятся примерно в пределах $\bar{x}\pm 3\sigma$ и в области среднего арифметического результаты встречаются чаще, а вправо и влево от него – реже, то можно предположить, что результаты распределены нормально.

2. Выявление ошибочно полученных результатов. Если отдельные результаты отклоняются от среднего арифметического значения на величины, значительно превосходящие 3σ, нужно проверить правильность полученных величин. Часто такие «выскакивающие» результаты могут появиться в результате неисправности прибора, ошибки в измерении и расчетах.

3. Оценка величины σ. Если размах варьирования $R = X_{max} - X_{min}$, разделить на 6, то мы получим грубо приближенное значение σ.

Задавшись процентом попаданий *P* %, можно найти область $X \pm u\times\sigma$, где *u* – число сигм, согласно таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Процентные точки нормированного нормального распределения

P%	90	95	99	99,9
u	1,64	1,96	2,58	3,29

7. ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ

7.1. Доверительный интервал. Доверительная вероятность

Под термином «*оценка»* понимаются как сами значения параметров генеральной совокупности, полученные по выборке, так и правило, по которому они получены. При формировании интервальных оценок определяют границы интервалов, между которыми с той или иной вероятностью находятся истинные значения параметров.

Вероятности, признанные достаточными для того, чтобы уверенно судить о генеральных параметрах на основании выборочных характеристик, называют *доверительными*.

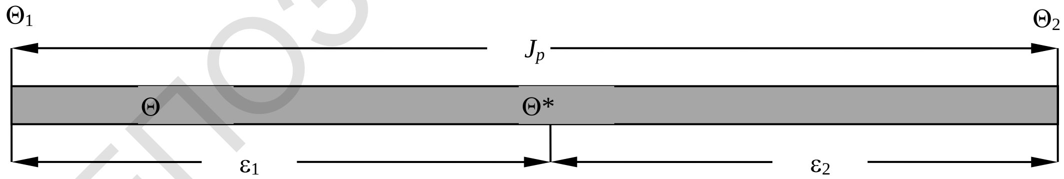
В качестве доверительных вероятностей принято выбирать значения 0,9; 0,95; 0,99; 0,999 (их еще выражают в процентах).

$(1 - \alpha)$ – доверительная вероятность, а α – уровень значимости ($\alpha = 0{,}1$; 0,05; 0,01; 0,001), задающий вероятность того, что оцениваемый генеральный параметр выходит за границы доверительного интервала.

Выбор доверительной вероятности производится исследователем, исходя из практических соображений о той ответственности, с какой делаются выводы о генеральных параметрах. Как правило, в научных исследованиях в области спорта считается достаточной доверительная вероятность 0,95 (95 %).

Интервал, в котором с заданной доверительной вероятностью находится оцениваемый генеральный параметр, называется *доверительным интервалом*.

Иными словами, *доверительным интервалом* J_p называют случайный интервал (Θ_1, Θ_2), который накрывает неизвестную характеристику Θ с доверительной вероятностью p.



Границы доверительного интервала J_p называют:

$\Theta_1 = \Theta^* - \varepsilon_1$ – нижней доверительной границей;

$\Theta_2 = \Theta^* + \varepsilon_2$ – верхней доверительной границей.

Значения ε_1 и ε_2 могут совпадать (при симметричном распределении Θ^*) и быть разными (при несимметричном распределении Θ^*). Они характеризуют *точность*, а вероятность p – *надежность* определения Θ. Между надежностью и точностью существует обратная зависимость: чем выше надежность, тем ниже точность определения Θ и наоборот.

С увеличением числа измерений при заданном p повышается точность определения Θ (уменьшаются ε_1 и ε_2).

Для точного расчета границ доверительного интервала необходимо знать *закон распределения* выборочной характеристики Θ*.

7.2. Построение доверительного интервала для оценки среднего значения генеральной совокупности

Чтобы найти границы доверительного интервала для среднего значения генеральной совокупности, необходимо выполнить следующие действия:

1) по полученной выборке объема n вычислить среднее арифметическое $\bar{x}$ и стандартную ошибку среднего арифметического $S_{\bar{x}}$ по формуле:

$$S_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}};$$

2) задать доверительную вероятность 1 – α, исходя из цели исследования;

3) по таблице t-распределения Стьюдента (приложение 4) найти граничное значение t_α в зависимости от уровня значимости α и числа степеней свободы $k = n - 1$;

4) найти границы доверительного интервала по формуле:

$$\bar{x} - t_\alpha S_{\bar{x}} < \bar{x}_{\text{ген}} < \bar{x} + t_\alpha S_{\bar{x}}.$$

Примечание: *В практике научных исследований, когда закон распределения малой выборочной совокупности (n < 30) неизвестен или отличен от нормального, пользуются вышеприведенной формулой для приближенной оценки доверительных интервалов.*

Доверительный интервал при $n \geq 30$ находится по следующей формуле:

$$\bar{x} - u_\alpha S_{\bar{x}} < \bar{x}_{\text{ген}} < \bar{x} + u_\alpha S_{\bar{x}},$$

где u_α – процентные точки нормированного нормального распределения, которые находятся по таблице 5.1.

8. ПОРЯДОК РАБОТЫ НА V ЭТАПЕ

1. Ознакомиться с ситуацией и организацией игры на V этапе.
2. Ознакомиться с теоретическими сведениями.
3. Ознакомиться с образцом отчета о работе на V этапе.
4. Составить выборку из разностей парных значений результатов измерений исходного показателя скоростных качеств у «спортсменов» (эти результаты обозначены индексом В) и показателя, достигнутого после двухмесячных тренировок (эти результаты обозначены индексом Г).
5. Рассчитать основные статистические характеристики составленной выборки.
6. Проверить на нормальность распределения малую (n < 30) выборку, составленную из разностей парных значений результатов измерений исходного показателя скоростных качеств у «спортсменов» (эти результаты обозначены индексом В) и показателя, достигнутого после двухмесячных тренировок (эти результаты обозначены индексом Г).

7. Выбрать критерий и оценить эффективность метода тренировки, используемого для ускоренного развития скоростных качеств у «спортсменов».

8. Рассчитать и графически построить на числовой прямой доверительный интервал генерального среднего прироста скоростных качеств «спортсменов».

9. Оформить отчет о проделанной работе (по образцу, приведенному далее).

ОТЧЕТ
о работе на V этапе игры
(*образец*)

Тема: Оценка эффективности методики тренировки.

Цели:

1. Ознакомиться с особенностями нормального закона распределения результатов тестирования.
2. Приобрести навыки по проверке выборочного распределения на нормальность.
3. Приобрести навыки оценки эффективности методики тренировки.
4. Научиться рассчитывать и строить доверительные интервалы для генеральных средних арифметических малых выборок.

Контрольные вопросы по V этапу работы:

1. Сущность метода оценки эффективности методики тренировки.
2. Нормальный закон распределения. Сущность, значение.
3. Основные свойства кривой нормального распределения.
4. Влияние $\bar{x}$ и σ на вид кривой нормального распределения.
5. Правило трех сигм и его практическое применение.
6. Оценка нормальности распределения малой выборки.
7. Какие критерии и в каких случаях используются для сравнения средних попарно зависимых выборок?
8. Что характеризует доверительный интервал? Методика его определения.

Вариант 1: критерий параметрический

Примечание: *в качестве примера возьмем приведенные в таблице 5.2 результаты измерения показателя скоростных качеств у спортсменов до начала тренировок (они обозначены индексом В, были получены в результате измерений на I этапе деловой игры) и после двух месяцев тренировок (они обозначены индексом Г).*

От выборок В и Г перейдем к выборке, составленной из разностей парных значений $d_i = N_i^{Г} - N_i^{В}$ и определим квадраты этих разностей. Данные занесем в расчетную таблицу 5.2.

Таблица 5.2 – Расчет квадратов парных разностей значений d_i^2

№ п/п	$N_i^В$, уд.	$N_i^Г$, уд.	$d_i = N_i^Г - N_i^В$, уд.	d_i^2, уд^2.
1	70	73	3	9
2	74	80	6	36
3	75	79	4	16
4	50	67	17	289
5	70	77	7	49
6	93	91	–2	4
7	74	77	3	9
8	66	72	6	36
9	62	68	6	36
10	71	71	0	0
			Σ = 50	Σ = 484

Пользуясь таблицей 5.2, найдем среднее арифметическое парных разностей:

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{50}{10} = 5{,}0 \text{ уд.}$$

Далее рассчитаем сумму квадратов отклонений d_i от $\bar{d}$ по формуле:

$$\sum \left(d_i - \bar{d}\right)^2 = \sum d_i^2 - \frac{\left(\sum d_i\right)^2}{n} = 484 - \frac{50^2}{10} = 234 \text{ уд}^2.$$

Определим дисперсию для выборки d_i:

$$\sigma_d^2 = \frac{\sum \left(d_i - \bar{d}\right)^2}{n-1} = \frac{234}{9} = 26 \text{ уд}^2.$$

Рассчитаем среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma_d = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{26} = 5{,}10 \text{ уд.}$$

Стандартную ошибку среднего арифметического найдем по формуле:

$$S_{\bar{d}} = \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}} = \frac{5{,}10}{3{,}16} = 1{,}61 \text{ уд.}$$

Чтобы выбрать нужный критерий для оценки эффективности методики тренировки следует проверить выборку, составленную из разностей парных значений $d_{i,}$, на нормальность распределения.

Выдвигаем гипотезы:

– нулевую – $\boldsymbol{H_0}$: о том, что генеральная совокупность парных разностей d_i имеет нормальное распределение;

– конкурирующую – $\boldsymbol{H_1}$: о том, что распределение генеральной совокупности парных разностей d_i отлично от нормального.

Проверку проводим на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.

Для этого составим расчетную таблицу 5.3.

Таблица 5.3 – Данные расчета критерия Шапиро и Уилка $W_{набл}$ для выборки, составленной из разностей парных значений d_i

№ п/п	d_i, уд.	k	$d_{n-k+1} - d_k = \Delta_k$	a_{nk}	$\Delta_k \times a_{nk}$
1	–2	1	17 – (–2) = 19	0,5739	10,9041
2	0	2	7 – 0 = 7	0,3291	2,3037
3	3	3	6 – 3 = 3	0,2141	0,6423
4	3	4	6 – 3 = 3	0,1224	0,3672
5	4	5	6 – 4 = 2	0,0399	0,0798
6	6				
7	6				
8	6				
9	7				
10	17				

Порядок заполнения таблицы 5.3:

1. В первый столбец записываем номера по порядку.

2. Во второй – разности парных значений d_i в неубывающем порядке.

3. В третий – номера по порядку k парных разностей. Так как в нашем случае $n = 10$, то k изменяется от 1 до $n/2 = 5$.

4. В четвертый – разности Δ_k, которые находим таким образом:

– из самого большого значения d_{10} вычтем самое малое d_1 и полученное значение запишем в строке для $k = 1$;

– из d_9 вычтем d_2 и полученное значение запишем в строке для $k = 2$ и т. д.

5. В пятый – записываем значения коэффициентов α_{nk}, взятые из таблицы, используемой в статистике для расчета критерия Шапиро и Уилка (W) проверки нормальности распределения (приложение 2) для $n = 10$.

6. В шестой – произведение $\Delta_k \times \alpha_{nk}$ и находим сумму этих произведений:

$$b = \sum \Delta_k \times \alpha_{nk} = 14{,}2971;$$

$$b^2 = 204{,}4071.$$

Наблюдаемое значение критерия $W_{набл}$ находим по формуле:

$$W_{набл} = \frac{b^2}{\sum\left(d_i - \bar{d}\right)^2} = \frac{204{,}4071}{234} = 0{,}874.$$

Проверим правильность выполнения расчетов критерия Шапиро и Уилка ($W_{набл}$) его расчетом на компьютере в программе «Статистика».

Расчет критерия Шапиро и Уилка ($W_{набл}$) на компьютере позволил установить, что:

$$W_{набл} = 0{,}8735.$$

Далее по таблице критических значений критерия Шапиро и Уилка (приложение 3) ищем $W_{крит}$ для $n = 10$, $\alpha = 0{,}05$. Находим, что $W_{крит} = 0{,}842$. Сравним величины $W_{крит}$ и $W_{набл}$.

Следует отметить, что при сравнении средних с помощью критерия Шапиро и Уилка используется левосторонняя критическая область, т. е. область принятия нулевой гипотезы лежит в области наблюдаемых значений больших, чем критическое значение.

Делаем **вывод**: так как $W_{набл} > W_{крит}$ (0,842), должна быть принята нулевая гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности d_i. Следовательно, для оценки эффективности применявшейся методики развития скоростных качеств следует использовать параметрический t-критерий Стьюдента.

Примечание: *в случае если наблюдаемое значение критерия Шапиро и Уилка попадает в критическую область* ($W_{набл} < W_{крит}$) *принимают гипотезу* $\boldsymbol{H_1}$, *которая утверждает, что выборка* d_i *не подчиняется нормальному закону распределения, следовательно, проверка эффективности экспериментальной методики тренировки должна быть проведена с помощью непараметрического критерия Уилкоксона* ***(продолжение работы по варианту 2)***.

Проверка эффективности применявшейся методики тренировки с помощью критерия Стьюдента

Для проверки эффективности методики тренировки выдвигаем гипотезы:

– нулевую – $\boldsymbol{H_0}$: об отсутствии различия между средним исходным показателем скоростных качеств $\overline{N}^{\text{в}}$ и средним показателем скоростных качеств $\overline{N}^{\text{г}}$, достигнутым после двух месяцев тренировок ($\overline{d}_{\text{ген}} = 0$);

– конкурирующую – $\boldsymbol{H_1}$: о наличии разницы между ними ($\overline{d}_{\text{ген}} > 0$).

Предположение об ухудшении скоростных качеств после тренировок, т. е. о том, что $\overline{d}_{\text{ген}} < 0$, в данном случае лишено здравого смысла, поэтому мы имеем дело с односторонней критической областью.

Ранее мы получили, что σ_d = 5,1 уд.

Наблюдаемое значение t-критерия Стьюдента равно:

$$t_{\text{набл}} = \frac{|\overline{d}|\sqrt{n}}{\sigma_d} = \frac{5{,}0 \times 3{,}16}{5{,}10} = 3{,}10.$$

По таблице (приложение 4) ищем $t_{крит}$ для α = 0,05, числа степеней свободы $k = n - 1 = 10 - 1 = 9$ и односторонней критической области. Находим, что $t_{крит}$ = 1,83. Сравнение $t_{набл}$ и $t_{крит}$ позволяет сделать **вывод**: так как $t_{набл}$ (3,10) > $t_{крит}$ (1,83), с вероятностью 95 % (α = 0,05) должна быть принята конкурирующая гипотеза (H_1: $\overline{d}_{\text{ген}} > 0$). Следовательно, применение данной методики развития скоростных качеств у спортсменов эффективно. Средний исходный показатель скоростных качеств статистически достоверно увеличился на 5,0 ударов.

Расчет и построение доверительного интервала для генеральной средней арифметической

Так как распределение выборки *d*, составленной из разностей парных значений, согласуется с нормальным законом распределения, а генеральная дисперсия d_i неизвестна, *точные* значения границ доверительного интервала, в котором с доверительной вероятностью *P* будет находиться среднее арифметическое значение генеральной совокупности $\bar{d}_{\text{ген}}$, найдем из следующего двойного неравенства:

$$\bar{d} - t_\alpha S_{\bar{d}} < \bar{d}_{\text{ген}} < \bar{d} + t_\alpha S_{\bar{d}}.$$

По таблице критерия Стьюдента (приложение 4) мы нашли, что для уровня значимости $\alpha = 0{,}05$, числа степеней свободы $k = n - 1 = 10 - 1 = 9$ и двухсторонней критической области $t_\alpha = 2{,}26$.

Ранее мы рассчитали стандартную ошибку среднего арифметического $S_{\bar{d}} = 1{,}61$ уд.

Доверительный интервал для среднего арифметического прироста количества ударов за 10 с в генеральной совокупности равен:

$$5{,}0 - 2{,}26 \times 1{,}61 < \bar{d}_{\text{ген}} < 5{,}0 + 2{,}26 \times 1{,}61$$

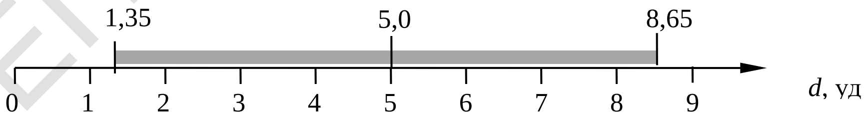
$$5{,}0 - 3{,}65 < \bar{d}_{\text{ген}} < 5{,}0 + 3{,}65$$

$$1{,}35 \text{ уд.} < \bar{d}_{\text{ген}} < 8{,}65 \text{ уд.}$$

Следовательно, с доверительной вероятностью *P* = 0,95 можно утверждать, что в результате тренировки по экспериментальной методике улучшение показателя скоростных качеств $\bar{d}_{\text{ген}}$ будет находиться в пределах от 1,35 до 8,65 ударов за 10 с.

Для построения доверительного интервала необходимо выбрать масштаб. Выберем масштаб 1 уд. ≡ 1 см.

Доверительный интервал для $\bar{d}_{\text{ген}}$



Отчет студента-«тренера» завершается **общим заключением** о проделанной работе, в котором он должен указать цель работы и результаты, полученные на каждом этапе деловой игры. По итогам проведенного анализа студент-«тренер» должен сделать обоснованное заключение о том, является ли предложенная методика эффективной, и дать рекомендации о возможности ее практического применения.

Вариант 2: критерий непараметрический

Примечание: *в качестве примера возьмем приведенные в таблице 5.4 результаты измерения показателя скоростных качеств у спортсменов перед началом тренировок (они обозначены индексом В, были получены в результате измерений на I этапе деловой игры) и после двух месяцев тренировок (они обозначены индексом Г).*

От выборок В и Г перейдем к выборке, составленной из разностей парных значений $d_i = N_i^{Г} - N_i^{В}$ и определим квадраты этих разностей. Данные занесем в расчетную таблицу 5.4.

Таблица 5.4 – Расчет квадратов парных разностей значений d_i^2

№ п/п	$N_i^{В}$, уд.	$N_i^{Г}$, уд.	$d_i = N_i^{Г} - N_i^{В}$, уд.	d_i^2, уд^2.
1	70	78	8	64
2	74	80	6	36
3	75	80	5	25
4	50	57	7	49
5	70	63	–7	49
6	93	88	–5	25
7	74	73	–1	1
8	66	73	7	49
9	62	69	7	49
10	71	71	0	0
			Σ = 27	Σ = 347

Пользуясь таблицей 5.4, найдем среднее арифметическое парных разностей:

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{27}{10} = 2{,}7 \text{ уд.}$$

Далее рассчитаем сумму квадратов отклонений d_i от $\bar{d}$ по формуле:

$$\sum\left(d_i - \bar{d}\right)^2 = \sum d_i^2 - \frac{\left(\sum d_i\right)^2}{n} = 347 - \frac{27^2}{10} = 274{,}1 \text{ уд}^2.$$

Определим дисперсию для выборки d_i:

$$\sigma_d^2 = \frac{\sum\left(d_i - \bar{d}\right)^2}{n-1} = \frac{274{,}1}{9} = 30{,}5 \text{ уд}^2.$$

Рассчитаем среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma_d = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{30{,}5} = 5{,}52 \text{ уд.}$$

Стандартную ошибку среднего арифметического найдем по формуле:

$$S_{\bar{d}} = \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}} = \frac{5{,}52}{3{,}16} = 1{,}75 \text{ уд.}$$

Далее необходимо выборку, составленную из разностей парных значений d_i, проверить на нормальность распределения.

Выдвигаем гипотезы:

– нулевую – $\boldsymbol{H_0}$: о том, что генеральная совокупность парных разностей d_i имеет нормальное распределение;

– конкурирующую – $\boldsymbol{H_1}$: о том, что распределение генеральной совокупности парных разностей d_i отлично от нормального.

Проверку проводим на уровне значимости α = 0,05.

Для этого составим расчетную таблицу 5.3.

Порядок заполнения таблицы 5.5 аналогичен порядку заполнения таблицы 5.3 и был описан в первом варианте выполнения V этапа.

Таблица 5.5 – Данные расчета критерия Шапиро и Уилка $W_{\text{набл}}$ для выборки, составленной из разностей парных значений d_i

№ п/п	d_i, уд.	k	$d_{n-k+1} - d_k = \Delta_k$	α_{nk}	$\Delta_k \times \alpha_{nk}$
1	–7	1	8 – (–7) = 15	0,5739	8,6085
2	–5	2	7 – (–5) = 12	0,3291	3,9492
3	–1	3	7 – (–1) = 8	0,2141	1,7128
4	0	4	7 – 0 = 7	0,1224	0,8568
5	5	5	6 – 5 = 1	0,0399	0,0399
6	6				
7	7				
8	7				
9	7				
10	8				

По таблице 5.5 находим:

$$b = \sum \Delta_k \times \alpha_{nk} = 15{,}1672;$$

$$b^2 = 230{,}044.$$

Наблюдаемое значение критерия $W_{\text{набл}}$ находим по формуле:

$$W_{\text{набл}} = \frac{b^2}{\sum \left(d_i - \bar{d}\right)^2} = \frac{230{,}044}{274{,}1} = 0{,}839.$$

Проверим правильность выполнения расчетов критерия Шапиро и Уилка ($W_{\text{набл}}$) его расчетом на ПЭВМ в программе «Статистика».

Расчет критерия Шапиро и Уилка ($W_{набл}$) на ПЭВМ позволил установить, что:

$$W_{набл} = 0{,}8393.$$

Далее по таблице критических значений критерия Шапиро и Уилка (приложение 3) ищем $W_{крит}$ для $n = 10$. Находим, что $W_{крит} = 0{,}842$. Сравним величины $W_{крит}$ и $W_{набл}$.

Делаем **вывод**: так как $W_{набл}$ (0,839) < $W_{крит}$ (0,842), должна быть принята конкурирующая гипотеза о распределении генеральной совокупности d_i, отличном от нормального. Поскольку выборки попарно зависимые, а распределение парных разностей отличается от нормального, для оценки эффективности применявшейся методики развития скоростных качеств следует использовать непараметрический U-критерий Уилкоксона.

Проверка эффективности применявшейся методики тренировки с помощью непараметрического критерия Уилкоксона

Для проверки эффективности методики тренировки выдвигаем гипотезы:

– нулевую – $\boldsymbol{H_0}$: об отсутствии различия между средним исходным показателем скоростных качеств $\overline{N}^{в}$ и средним показателем скоростных качеств $\overline{N}^{г}$, достигнутым после двух месяцев тренировок ($\overline{d}_{ген} = 0$);

– конкурирующую – $\boldsymbol{H_1}$: о наличии разницы между ними ($\overline{d}_{ген} > 0$).

Заменим разности парных значений d_i их рангами в соответствии с таблицей 5.6. При определении ранга знак разности не учитывается, а нулевые значения отбрасываются и не рассматриваются. Самая малая по абсолютной величине разность получает ранг 1, следующая – ранг 2 и т. д. Одинаковым по абсолютной величине разностям присваиваются одинаковые ранги, равные среднему арифметическому рангу.

Таблица 5.6 – Ранги разностей парных значений d_i

d_i	–7	–5	–1	0	5	6	7	7	7	8
Ранги	6,5	2,5	1		2,5	4	6,5	6,5	6,5	9

Найдем сумму рангов положительных разностей:

$$U_1 = 2{,}5 + 4 + 6{,}5 + 6{,}5 + 6{,}5 + 9 = 35.$$

Затем подсчитаем сумму рангов для отрицательных разностей:

$$U_2 = 6{,}5 + 2{,}5 + 1 = 10.$$

Из двух полученных сумм выбираем наименьшую. Она и будет наблюдаемым значением критерия Уилкоксона:

$$U_{набл} = 10.$$

По таблице критических значений критерия Уилкоксона (приложение 5) ищем $U_{крит}$ для $\alpha = 0{,}05$, количества ненулевых значений парных разностей $n = 9$. Находим, что $U_{крит} = 7$.

Следует отметить, что при сравнении средних с помощью критерия Уилкоксона используется левосторонняя критическая область, т. е. область принятия нулевой гипотезы лежит в области наблюдаемых значений больших, чем критическое значение.

Сравнение $U_{\text{набл}}$ и $U_{\text{крит}}$ позволяет сделать **вывод**: так как $U_{\text{набл}}$ (10) > $U_{\text{крит}}$ (7), принимается нулевая гипотеза (H_0: $\bar{d}_{\text{ген}} = 0$). Следовательно, применение данной методики развития скоростных качеств у спортсменов не эффективно. Увеличение среднего исходного показателя скоростных качеств спортсменов на 2,7 ударов нельзя считать статистически достоверным.

Расчет и построение доверительного интервала для генеральной средней арифметической

Так как распределение выборки d, составленной из разностей парных значений, отличается от нормального закона распределения, а генеральная дисперсия d_i неизвестна, *приблизительные* значения границ доверительного интервала, в котором с доверительной вероятностью P будет находиться среднее арифметическое значение генеральной совокупности $\bar{d}_{\text{ген}}$, найдем из следующего двойного неравенства:

$$\bar{d} - t_\alpha S_{\bar{d}} < \bar{d}_{\text{ген}} < \bar{d} + t_\alpha S_{\bar{d}}.$$

По таблице критерия Стьюдента (приложение 4) мы нашли, что для уровня значимости $\alpha = 0{,}05$, числа степеней свободы $k = n - 1 = 10 - 1 = 9$ и двухсторонней критической области $t_\alpha = 2{,}26$.

Ранее мы получили: $\bar{d} = 2{,}7$ уд., $S_{\bar{d}} = 1{,}75$ уд.

Доверительный интервал для среднего арифметического прироста количества ударов за 10 с в генеральной совокупности равен:

$$2{,}7 - 2{,}26 \times 1{,}75 < \bar{d}_{\text{ген}} < 2{,}7 + 2{,}26 \times 1{,}75$$

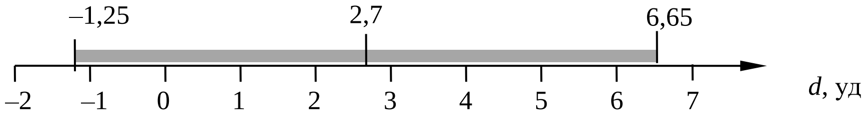
$$2{,}7 - 3{,}95 < \bar{d}_{\text{ген}} < 2{,}7 + 3{,}95$$

$$-1{,}25 \text{ уд.} < \bar{d}_{\text{ген}} < 6{,}65 \text{ уд.}$$

Следовательно, с доверительной вероятностью $P = 0{,}95$ можно утверждать, что в результате тренировки улучшение показателя скоростных качеств $\bar{d}_{\text{ген}}$ будет находиться в пределах от –1,25 до 6,65 ударов за 10 с.

Для построения доверительного интервала необходимо выбрать масштаб. Выберем масштаб 1 уд. ≡ 1 см.

Доверительный интервал для $\bar{d}_{\text{ген}}$



Отчет студента-«тренера» завершается **общим заключением** о проделанной работе, в котором он должен указать цель работы и результаты, полученные на каждом этапе деловой игры. По итогам проведенного анализа студент-«тренер» должен сделать обоснованное заключение о том, является ли предложенная методика эффективной, и дать рекомендации о возможности ее практического применения.

Вариант выполнения работы в Excel

Для выполнения пятого этапа работы студент должен:

1. Взять у преподавателя образец готовой таблицы.
2. Составить выборку из разностей парных значений результатов измерений исходного показателя скоростных качеств у «спортсменов» (эти результаты обозначены индексом В) и показателя, достигнутого после двухмесячных тренировок (эти результаты обозначены индексом Г).
3. Рассчитать основные статистические характеристики составленной выборки.
4. Проверить на нормальность распределения малую (n < 30) выборку, составленную из разностей парных значений результатов измерений исходного показателя скоростных качеств у «спортсменов» (эти результаты обозначены индексом В) и показателя, достигнутого после двухмесячных тренировок (эти результаты обозначены индексом Г).
5. Выбрать критерий и оценить эффективность метода тренировки, используемого для ускоренного развития скоростных качеств у «спортсменов». **При нормальном распределении выборки парных разностей использовать параметрический критерий Стьюдента и продолжать работу следует на листе «Таблицы (Стьюдент)». При распределении, отличном от нормального, использовать непараметрический критерий Уилкоксона и продолжать работу следует на листе «Таблицы (Уилкоксон)».**
6. Рассчитать и графически построить на числовой прямой доверительный интервал генерального среднего прироста скоростных качеств.
7. Отчет студента-«тренера» завершается **общим заключением** о проделанной работе, в котором он должен указать цель работы и результаты, полученные на каждом этапе деловой игры. По итогам проведенного анализа студент-«тренер» должен сделать обоснованное заключение о том, является ли предложенная методика эффективной, и дать рекомендации о возможности ее практического применения.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЭТАПА

1. Откройте файл «*5. Оценка эффективности методики тренировки.xlsx*», находящийся в папке «*Образцы таблиц Excel для отчетов*». На листах «*Таблицы*», «*Таблицы (Стьюдент)*», «*Таблицы (Уилкоксон)*» находятся заготовки таблиц для отчета, на листах «*Образцы*», «*Образцы (Стьюдент)*», «*Образцы (Уилкоксон)*» представлены образцы отчета с готовыми таблицами и графиками.
2. Откройте файл «*1. Контроль и измерения в спорте.xlsx*» с заполненной на 1-м этапе таблицей.
3. Под руководством преподавателя проведите измерения, соответствующие тесту Г. По сценарию «деловой игры» это измерения, проводимые после проведения тренировок. Путем сравнения результатов тестов В и Г мы будем делать вывод об эффективности проведенных тренировок.

4. Полученные в вашей группе испытуемых результаты занесите в столбец «*Тест Г*» таблицы в файле «*1. Контроль и измерения в спорте.xlsx*».

5. Скопируйте числовые значения столбцов «*Тест-критерий В*» и «*Тест Г*» таблицы в файле «*1. Контроль и измерения в спорте.xlsx*» в соответствующие столбцы таблицы «*Расчет квадратов прироста показателя скоростных качеств*» на листе «*Таблицы*» в файле «*5. Оценка эффективности методики тренировки.xlsx*».

6. В столбце d_i таблицы «*Расчет квадратов прироста показателя скоростных качеств*» рассчитайте *прирост* показателя скоростных качеств для каждого испытуемого:

   a) в ячейку D3 (прирост для первого испытуемого) введите формулу «=C3–B3», где C3 и B3 – адреса ячеек, в которых находятся результаты соответственно тестов Г и В первого испытуемого:
      i) наберите символ «=» (знак равенства);
      ii) щелкните мышкой по ячейке C3;
      iii) наберите символ «–» (минус);
      iv) щелкните мышкой по ячейке B3;
      v) нажмите клавишу «Enter»;

   b) автозаполнением (или копированием) заполните по образцу первой остальные ячейки столбца.

7. В столбце d_i^2 таблицы «*Расчет квадратов прироста показателя скоростных качеств*» рассчитайте *квадрат прироста* показателя скоростных качеств для каждого испытуемого:

   a) в ячейку E3 введите формулу «=D3^2» для возведения в квадрат значений предыдущего столбца:
      i) наберите символ «=» (знак равенства);
      ii) щелкните мышкой по ячейке D3 (первая ячейка предыдущего столбца);
      iii) наберите символ «^» (при английской раскладке клавиатуры комбинация клавиш «*Shift+6*») и цифру 2;
      iv) нажмите клавишу «*Enter*»;

   b) используя автозаполнение (или копирование), заполните по образцу первой остальные ячейки столбца.

8. В ячейках под столбцами d_i и d_i^2 рассчитайте *суммы* числовых значений указанных столбцов:

   a) выделите рамкой ячейку, предназначенную для записи суммы;
   b) нажмите комбинацию клавиш «*Alt+=*» и убедитесь, что мерцающей рамкой правильно выделен диапазон суммируемых ячеек;
   c) нажмите клавишу «*Enter*».

9. Рассчитайте *среднее арифметическое парных разностей (прироста результатов)*, используя функцию «СРЗНАЧ», *сумму квадратов отклонений значений парных разностей от среднего значения*, используя функцию «КВАДРОТКЛ» и *дисперсию выборки парных разностей*, используя функцию

«ДИСП». В качестве аргумента во всех случаях выбирайте диапазон ячеек со значениями выборки d_i.

10. Проведите оценку нормальности распределения выборки парных разностей. Поскольку объем выборки мал (n < 30) для этой цели рекомендуется использовать критерий Шапиро и Уилка. Последовательно выполните следующие действия:

a) ознакомьтесь со статистическими гипотезами, выдвигаемыми при проверке нормальности распределения, – они представлены в строках 29 и 30 таблицы;

b) в столбец d_i «*Таблицы данных для расчета критерия Шапиро и Уилка*» скопируйте выборку парных разностей d_i из таблицы «*Расчет квадратов прироста показателя скоростных качеств*», после чего, **не снимая выделения со скопированных значений**, расположите их в неубывающем порядке:

   i) на вкладке «*Данные*» в группе «*Сортировка и фильтр*» нажмите кнопку ;

   ii) в появившемся диалоговом окне «*Обнаружены данные вне указанного диапазона*» (рисунок 5.6) выбрать предполагаемое действие «*Сортировать в пределах указанного выделения*»;

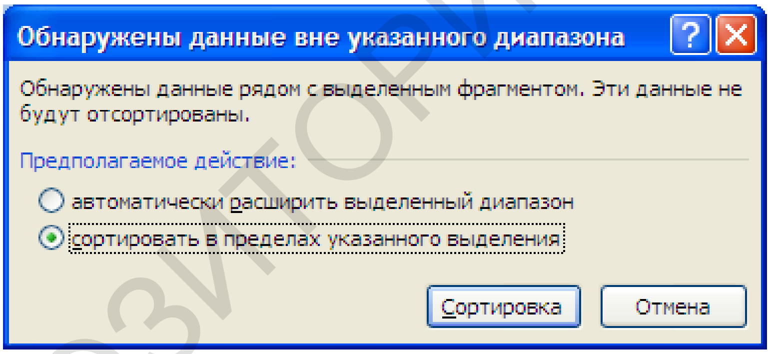


Рисунок 5.6 – Диалоговое окно «Обнаружены данные вне указанного диапазона»

   iii) нажмите кнопку «*Сортировка*»;

c) заполните столбец Δ_k:

   i) в ячейку D37 введите формулу вида «=B46–B37», где в ячейке B46 находится самое большое (10-е) значение расставленной в неубывающем порядке выборки d_i, а в ячейке B37 – самое малое (1-е) значение выборки d_i;

   ii) аналогично в ячейку D38 введите формулу «=B45–B38»;

   iii) в ячейку D39 введите формулу «=B44–B39»;

   iv) в ячейку D40 введите формулу «=B43–B40»;

   v) в ячейку D41 введите формулу «=B42–B41»;

d) числа в столбце α_{nk} являются табличными коэффициентами для расчета критерия Шапиро и Уилка, они заранее введены, их менять нельзя;

e) последний столбец таблицы рассчитайте как парное произведение соответствующих значений двух предыдущих столбцов (для рационализации работы можно рассчитать только первое произведение, а остальные получить путем копирования или автозаполнения);
f) в соответствующей ячейке F42 рассчитайте сумму последнего столбца таблицы (число b);
g) в ячейке F43 рассчитайте квадрат суммы последнего столбца (b^2);
h) в ячейке F47 рассчитайте наблюдаемое значение критерия Шапиро и Уилка, для чего в указанную ячейку введите формулу «=F43/D20», где в ячейке D20 рассчитана *сумма квадратов отклонений значений парных разностей от среднего значения*;
i) по таблице критических точек распределения критерия Шапиро и Уилка (приложение 3) найдите критическое значение для условий, обозначенных в 50-й строке таблицы, и занесите в специально выделенную ячейку С52;
j) в ячейке F54 укажите принимаемую в данных условиях гипотезу (нулевую или конкурирующую);
k) в ячейке E56 укажите отличается ли распределение выборки парных разностей от нормального закона распределения (не отличается или отличается).

11. **Внимание! Если оказалось, что распределение выборки парных разностей не отличается от нормального закона распределения, продолжайте работу, перейдя к следующему пункту; если распределение выборки парных разностей отличается от нормального закона распределения, перейдите к пункту 20.**

12. Перейдите на лист «*Таблицы (Стьюдент)*». На этом листе, выполняя последующие пункты, необходимо будет провести процедуру *оценки эффективности методики тренировки* по критерию Стьюдента, а также найти точные значения *границ доверительного интервала*, в котором с доверительной вероятностью $p = 0{,}95$ лежит *генеральное среднее значение прироста результатов*.

13. На листе «*Таблицы (Стьюдент)*» в ячейке С3 сформируйте ссылку на ячейку С16 листа «*Таблицы*», в которой рассчитано *среднее арифметическое значение парных разностей (прироста результатов)*:
a) выделите рамкой ячейку С3 листа «*Таблицы (Стьюдент)*»;
b) введите символ «=» (знак равенства);
c) щелкните мышкой по ярлыку листа «*Таблицы*», а затем по ячейке С16, где находится рассчитанное *среднее значение парных разностей*;
d) нажмите клавишу «*Enter*» – в ячейке С3, таким образом, окажется формула «=Таблицы!С16».

14. Аналогично в ячейке D7 сформируйте ссылку на ячейку D20 листа «*Таблицы*», в которой рассчитана *сумма квадратов отклонений парных разностей от среднего значения*.

15. Точно так же в ячейке С11 сформируйте ссылку на ячейку С24 листа «*Таблицы*», чтобы отобразить в ней *дисперсию выборки парных разностей*.

16. В ячейке С15 вычислите *среднее квадратическое отклонение выборки парных разностей*, введя в нее формулу «=КОРЕНЬ(С11)» любым способом (через мастер функций, вручную, путем копирования).

17. Проведите *оценку эффективности методики тренировки* по критерию Стьюдента:

a) ознакомьтесь *со статистическими гипотезами*, выдвигаемыми при оценке эффективности методики тренировки, – они представлены в строках 20–23 листа «*Таблицы (Стьюдент)*»;

b) ознакомьтесь *с обоснованием использования* критерия Стьюдента, представленным в строках 24–25 листа «*Таблицы (Стьюдент)*»;

c) в специально выделенной ячейке С30 рассчитайте *наблюдаемое значение критерия Стьюдента*, введя в ячейку формулу «=ABS(C3)*КОРЕНЬ(10)/C15», где в ячейке С3 находится *среднее арифметическое значение парных разностей (прироста результатов)*, в ячейке С15 – *среднее квадратическое отклонение выборки парных разностей*;

d) в специально выделенную ячейку С35 введите *критическое значение критерия Стьюдента* (по таблице критических точек распределения *t*-критерия Стьюдента в приложении 4 на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ при односторонней критической области и числе степеней свободы $k = n - 1 = 9$ находим значение 1,83);

e) на основании сравнения $t_{\text{набл.}}$ и $t_{\text{крит.}}$ вынесите решение о принимаемой гипотезе и наберите его в специально выделенную ячейку F37 (нулевую или конкурирующую), а в ячейку Е39 наберите решение об эффективности методики тренировки (неэффективна или эффективна), в качестве образца смотрите лист «*Образцы (Стьюдент)*».

18. Рассчитайте значения *границ доверительного интервала*, в котором с доверительной вероятностью $p = 0{,}95$ лежит *генеральное среднее значение прироста результатов*:

a) ознакомьтесь с формулой определения границ доверительного интервала;

b) в специально выделенную ячейку С53 введите *критическое значение критерия Стьюдента* (по таблице критических точек распределения *t*-критерия Стьюдента в приложении 4 на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ при двухсторонней критической области и числе степеней свободы $k = n - 1 = 9$ находим значение 2,26);

c) в специально выделенной ячейке С57 рассчитайте *стандартную ошибку среднего арифметического значения парных разностей*, для чего в ячейку введите формулу «=C15/КОРЕНЬ(10)», где в ячейке С15 находится *среднее квадратическое отклонение выборки парных разностей*;

d) в ячейке B62 рассчитайте *нижнюю границу* доверительного интервала, для чего в ячейку введите формулу «=С3–С53*С57», где в ячейке С3 находится *среднее арифметическое значение парных разностей (прироста результатов)*, в ячейке С53 – *критическое значение критерия Стьюдента*, в ячейке С57 – *стандартная ошибка среднего арифметического значения парных разностей*;
e) аналогично в ячейке D62 рассчитайте *верхнюю границу* доверительного интервала, для чего в ячейку введите формулу «=С3+С53*С57»;
f) проанализируйте полученные значения границ доверительного интервала и сформулируйте вывод о диапазоне возможных значений генерального среднего прироста результатов.

19. Сохраните файл «*5. Оценка эффективности методики тренировки.xlsx*». **На этом работа окончена. В случае применения критерия Стьюдента следующие пункты выполнять не надо.**

20. Перейдите на лист «*Таблицы (Уилкоксон)*». На этом листе, выполняя последующие пункты, необходимо будет провести процедуру *оценки эффективности методики тренировки* по критерию Уилкоксона, а также найти приблизительные значения *границ доверительного интервала*, в котором с доверительной вероятностью $p = 0{,}95$ лежит *генеральное среднее значение прироста результатов*.

21. Проведите *оценку эффективности методики тренировки* по критерию Уилкоксона:
a) ознакомьтесь *со статистическими гипотезами*, выдвигаемыми при оценке эффективности методики тренировки, – они представлены в строках 4–7 листа «*Таблицы (Уилкоксон)*»;
b) ознакомьтесь *с обоснованием использования* критерия Уилкоксона, представленным в строках 8–9 листа «*Таблицы (Уилкоксон)*»;
c) заполните *таблицу данных для расчета критерия Уилкоксона*, руководствуясь *порядком заполнения таблицы*, представленным на листе;
d) в ячейке B23 рассчитайте *сумму рангов положительных разностей*, введя в ячейку формулу «=СУММ(B13:B22)» любым способом (автосумма, мастер формул, вручную, путем копирования), при этом **диапазон суммирования должен захватывать весь столбец, включая пустые ячейки** (см. формулу);
e) скопируйте содержимое ячейки B23 в ячейку C23, получив в последней ячейке *сумму рангов отрицательных разностей* (можно копировать либо использовать автозаполнение);
f) в специально выделенную ячейку B27 введите **меньшую** из двух полученных сумм разностей;

g) в специально выделенную ячейку B31 введите критическое значение критерия Уилкоксона, взятое из таблицы в приложении 5 для уровня значимости $\alpha = 0{,}05$ и количества n **ненулевых** парных разностей: если ни одна парная разность d_i не равна нулю, $n = 10$; если имеется одно значение d_i, равное нулю, $n = 9$; если два таких значения, $n = 8$ и т. д.;

h) на основании сравнения $U_{\text{набл.}}$ и $U_{\text{крит.}}$ вынесите решение о принимаемой гипотезе и наберите его в специально выделенную ячейку F33 (нулевую или конкурирующую), а в ячейку E35 наберите решение об эффективности методики тренировки (неэффективна или эффективна), в качестве образца смотрите лист «*Образцы (Уилкоксон)*».

22. Рассчитайте приблизительные значения *границ доверительного интервала*, в котором с доверительной вероятностью $p = 0{,}95$ лежит *генеральное среднее значение прироста результатов*:

a) ознакомьтесь с формулой определения границ доверительного интервала;

b) в ячейке C49 сформируйте ссылку на ячейку C16 листа «*Таблицы*», в которой рассчитано *среднее арифметическое значение парных разностей (прироста результатов)*:

   i) выделите рамкой ячейку C49 листа «*Таблицы (Уилкоксон)*»;

   ii) введите символ «=» (знак равенства);

   iii) щелкните мышкой по ярлыку листа «*Таблицы*», а затем по ячейке C16, где находится рассчитанное *среднее значение парных разностей*;

   iv) нажмите клавишу «*Enter*» – в ячейке C49, таким образом, окажется формула «=Таблицы!C16»;

c) аналогично в ячейке D53 сформируйте ссылку на ячейку D20 листа «*Таблицы*», в которой рассчитана *сумма квадратов отклонений парных разностей от среднего значения*;

d) точно так же в ячейке C57 сформируйте ссылку на ячейку C24 листа «*Таблицы*», чтобы отобразить в ней *дисперсию выборки парных разностей*;

e) в ячейке C61 вычислите *среднее квадратическое отклонение выборки парных разностей*, введя в нее формулу «=КОРЕНЬ(C57)» любым способом (через мастер функций, вручную, путем копирования);

f) в специально выделенную ячейку C65 введите *критическое значение критерия Стьюдента* (по таблице критических точек распределения t-критерия Стьюдента в приложении 4 на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ при двухсторонней критической области и числе степеней свободы $k = n - 1 = 9$ находим значение 2,26);

g) в специально выделенной ячейке C69 рассчитайте *стандартную ошибку среднего арифметического значения парных разностей*, для чего в ячейку введите формулу «=C61/КОРЕНЬ(10)», где в ячейке C61 находится *среднее квадратическое отклонение выборки парных разностей*;

h) в ячейке B74 рассчитайте *нижнюю границу* доверительного интервала, для чего в ячейку введите формулу «=C49–C65*C69», где в ячейке C49 находится *среднее арифметическое значение парных разностей (прироста результатов)*, в ячейке C65 – *критическое значение критерия Стьюдента*, в ячейке C69 – *стандартная ошибка среднего арифметического значения парных разностей*;

i) аналогично в ячейке D74 рассчитайте *верхнюю границу* доверительного интервала, для чего в ячейку введите формулу «=C49+C65*C69»;

j) проанализируйте полученные значения границ доверительного интервала и сформулируйте вывод о диапазоне возможных значений генерального среднего прироста результатов.

23. Сохраните файл «*5. Оценка эффективности методики тренировки.xlsx*».

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Критические точки распределения коэффициента корреляции.
Односторонняя критическая область

n	α		*n*	α	
	0,05	0,01		0,05	0,01
3	0,988	0,9995	18	0,400	0,543
4	0,900	0,980	19	0,389	0,529
5	0,805	0,934	20	0,378	0,516
6	0,729	0,882	21	0,369	0,503
7	0,669	0,833	22	0,360	0,492
8	0,621	0,789	27	0,323	0,445
9	0,582	0,750	32	0,296	0,409
10	0,549	0,715	37	0,275	0,381
11	0,521	0,685	42	0,257	0,358
12	0,497	0,658	47	0,243	0,338
13	0,476	0,634	52	0,231	0,322
14	0,457	0,612	62	0,211	0,295
15	0,441	0,592	72	0,195	0,274
16	0,426	0,574	82	0,183	0,257
17	0,412	0,558	92	0,173	0,242
			102	0,164	0,230

Двусторонняя критическая область

n	α		*n*	α	
	0,05	0,01		0,05	0,01
4	0,950	0,990	26	0,388	0,496
5	0,878	0,959	27	0,381	0,487
6	0,811	0,917	28	0,374	0,476
7	0,754	0,874	29	0,367	0,470
8	0,707	0,834	30	0,361	0,463
9	0,666	0,798	35	0,322	0,435
10	0,632	0,766	40	0,310	0,407
11	0,602	0,736	45	0,292	0,384
12	0,576	0,708	50	0,277	0,364
13	0,553	0,684	60	0,253	0,333
14	0,532	0,661	70	0,234	0,308
15	0,514	0,644	80	0,219	0,288
16	0,497	0,623	90	0,206	0,272
17	0,482	0,606	100	0,196	0,258

Продолжение таблицы

n	α		n	α	
	0,05	0,01		0,05	0,01
18	0,468	0,590	125	0,175	0,230
19	0,456	0,575	150	0,160	0,210
20	0,444	0,561	200	0,138	0,182
21	0,433	0,549	250	0,124	0,163
22	0,423	0,537	300	0,113	0,148
23	0,413	0,526	400	0,098	0,128
24	0,404	0,515	500	0,088	0,115
25	0,396	0,505	1000	0,062	0,081

Приложение 2

Значения коэффициентов α_{nk}, используемых для расчета W-критерия проверки нормальности распределения

k	n							
	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,7071	0,6872	0,6646	0,6431	0,6233	0,6052	0,5888	0,5739
2		0,1677	0,2413	0,2806	0,3031	0,3164	0,3244	0,3291
3				0,0875	0,1401	0,1743	0,1976	0,2141
4						0,0561	0,0947	0,1224
5								0,0399

k	n							
	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0,5601	0,5475	0,5359	0,5251	0,5150	0,5056	0,4968	0,4886
2	0,3315	0,3325	0,3325	0,3318	0,3306	0,3290	0,3273	0,3253
3	0,2260	0,2347	0,2412	0,2460	0,2495	0,2521	0,2540	0,2553
4	0,1429	0,1585	0,1707	0,1802	0,1878	0,1939	0,1988	0,2027
5	0,0695	0,0922	0,1099	0,1240	0,1353	0,1447	0,1524	0,1587
6		0,0303	0,0539	0,0727	0,0880	0,1005	0,1109	0,1197
7				0,0240	0,0433	0,0593	0,0725	0,0837
8						0,0196	0,0359	0,0496
9								0,0163

k	n							
	19	20	21	22	23	24	25	26
1	0,4808	0,4734	0,4643	0,4590	0,4542	0,4493	0,4450	0,4407
2	0,3232	0,3211	0,3185	0,3156	0,3126	0,3098	0,3069	0,3043
3	0,2561	0,2565	0,2578	0,2571	0,2563	0,2554	0,2543	0,2533
4	0,2059	0,2085	0,2119	0,2131	0,2139	0,2145	0,2148	0,2151
5	0,1641	0,1686	0,1736	0,1764	0,1787	0,1807	0,1822	0,1836

k	n							
	19	20	21	22	23	24	25	26
6	0,1271	0,1334	0,1399	0,1443	0,1480	0,1512	0,1539	0,1563
7	0,0932	0,1013	0,1092	0,1150	0,1201	0,1245	0,1283	0,1316
8	0,0612	0,0711	0,0804	0,0878	0,0941	0,0997	0,1046	0,1089
9	0,0303	0,0422	0,0530	0,0616	0,0696	0,0764	0,0823	0,0876
10		0,0140	0,0263	0,0368	0,0549	0,0539	0,0610	0,0672
11				0,0122	0,0228	0,0321	0,0403	0,0476
12						0,0107	0,0200	0,0284
13								0,0094

k	n							
	27	28	29	30	31	32	33	34
1	0,4366	0,4328	0,4291	0,4254	0,4220	0,4188	0,4156	0,4127
2	0,3018	0,2992	0,2988	0,2944	0,2921	0,2898	0,2876	0,2854
3	0,2522	0,2510	0,2499	0,2487	0,2475	0,2463	0,2451	0,2439
4	0,2152	0,2151	0,2150	0,2148	0,2145	0,2141	0,2137	0,2132
5	0,1848	0,1867	0,1864	0,1870	0,1874	0,1878	0,1880	0,1882
6	0,1584	0,1601	0,1616	0,1630	0,1641	0,1651	0,1660	0,1667
7	0,1346	0,1372	0,1396	0,1415	0,1433	0,1449	0,1463	0,1475
8	0,1128	0,1162	0,1192	0,1219	0,1243	0,1265	0,1284	0,1301
9	0,0923	0,0955	0,1002	0,1036	0,1066	0,1093	0,1118	0,1140
10	0,0728	0,0778	0,0822	0,0862	0,0899	0,0931	0,0961	0,0988
11	0,0540	0,0598	0,0650	0,0697	0,0739	0,0777	0,0812	0,0844
12	0,0358	0,0424	0,0483	0,0537	0,0585	0,0629	0,0669	0,0706
13	0,0178	0,0253	0,0320	0,0381	0,0435	0,0485	0,0530	0,0572
14		0,0084	0,0159	0,0227	0,0289	0,0344	0,0395	0,0441
15				0,0076	0,0144	0,0206	0,0262	0,0314
16						0,0068	0,0131	0,0187
17								0,0062

k	n							
	35	36	37	38	39	40	41	42
1	0,4096	0,4068	0,4040	0,4015	0,3989	0,3964	0,3940	0,3917
2	0,2834	0,2813	0,2794	0,2774	0,2755	0,2737	0,2719	0,2701
3	0,2427	0,2415	0,2403	0,2391	0,2380	0,2368	0,2357	0,2345
4	0,2127	0,2121	0,2116	0,2110	0,2104	0,2098	0,2091	0,2085
5	0,1883	0,1883	0,1883	0,1881	0,1880	0,1878	0,1876	0,1874
6	0,1673	0,1678	0,1683	0,1686	0,1689	0,1691	0,1693	0,1694
7	0,1487	0,1496	0,1505	0,1513	0,1520	0,1526	0,1531	0,1535
8	0,1317	0,1331	0,1344	0,1356	0,1366	0,1376	0,1384	0,1392

Продолжение таблицы

k	*n*							
	35	36	37	38	39	40	41	42
9	0,1160	0,1179	0,1196	0,1211	0,1225	0,1237	0,1249	0,1259
10	0,1013	0,1036	0,1056	0,1075	0,1092	0,1108	0,1123	0,1136
11	0,0873	0,9000	0,0924	0,0947	0,0967	0,0986	0,1004	0,1020
12	0,0739	0,0770	0,0798	0,0824	0,0848	0,0870	0,0891	0,0909
13	0,0610	0,0645	0,0677	0,0706	0,0733	0,0759	0,0782	0,0804
14	0,0484	0,0523	0,0559	0,0592	0,0622	0,0651	0,0677	0,0701
15	0,0361	0,0404	0,0444	0,0481	0,0515	0,0546	0,0575	0,0602
16	0,0239	0,0287	0,0331	0,0372	0,0409	0,0444	0,0476	0,0506
17	0,0119	0,0172	0,0220	0,0264	0,0305	0,0343	0,0379	0,0411
18		0,0057	0,0110	0,0156	0,0202	0,0244	0,0283	0,0318
19				0,0053	0,0101	0,0146	0,0188	0,0227
20						0,0049	0,0094	0,0136
21								0,0045

k	*n*							
	43	44	45	46	47	48	49	50
1	0,3894	0,3872	0,3850	0,3830	0,3808	0,3789	0,3770	0,3751
2	0,2684	0,2667	0,2651	0,2635	0,2620	0,2604	0,2589	0,2574
3	0,2334	0,2323	0,2312	0,2302	0,2291	0,2281	0,2271	0,2260
4	0,2078	0,2072	0,2065	0,2058	0,2052	0,2045	0,2038	0,2032
5	0,1871	0,1868	0,1865	0,1862	0,1859	0,1855	0,1851	0,1847
6	0,1695	0,1695	0,1695	0,1695	0,1695	0,1693	0,1692	0,1691
7	0,1539	0,1542	0,1545	0,1548	0,1550	0,1551	0,1553	0,1554
8	0,1398	0,1405	0,1410	0,1416	0,1420	0,1423	0,1427	0,1430
9	0,1269	0,1278	0,1286	0,1293	0,1300	0,1306	0,1312	0,1317
10	0,1149	0,1160	0,1170	0,1180	0,1189	0,1197	0,1205	0,1212
11	0,1035	0,1049	0,1062	0,1073	0,1085	0,1095	0,1105	0,1113
12	0,0927	0,0943	0,0959	0,0972	0,0986	0,0998	0,1010	0,1020
13	0,0824	0,0842	0,0860	0,0876	0,0882	0,0906	0,0919	0,0932
14	0,0724	0,0745	0,0765	0,0783	0,0801	0,0817	0,0832	0,0846
15	0,0628	0,0651	0,0673	0,0694	0,0713	0,0731	0,0748	0,0764
16	0,0534	0,0560	0,0584	0,0607	0,0628	0,0648	0,0667	0,0685
17	0,0442	0,0471	0,0497	0,0522	0,0546	0,0568	0,0588	0,0608
18	0,0352	0,0383	0,0412	0,0439	0,0465	0,0489	0,0511	0,0532
19	0,0263	0,0296	0,0328	0,0357	0,0385	0,0411	0,0436	0,0459
20	0,0175	0,0211	0,0245	0,0277	0,0307	0,0335	0,0361	0,0386
21	0,0087	0,0126	0,0163	0,0197	0,0229	0,0259	0,0288	0,0314
22		0,0042	0,0081	0,0118	0,0153	0,0185	0,0215	0,0244
23				0,0039	0,0076	0,0111	0,0143	0,0174
24						0,0037	0,0071	0,0104
25								0,0035

Приложение 3

Критические точки распределения *W*-критерия Шапиро и Уилка, используемого для проверки гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности

n	α		*n*	α		*n*	α	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
3	0,767	0,753	19	0,901	0,863	35	0,934	0,910
4	0,748	0,687	20	0,905	0,868	36	0,935	0,912
5	0,762	0,686	21	0,908	0,873	37	0,936	0,914
6	0,786	0,713	22	0,911	0,878	38	0,938	0,916
7	0,803	0,730	23	0,914	0,881	39	0,939	0,917
8	0,818	0,749	24	0,916	0,884	40	0,940	0,919
9	0,829	0,764	25	0,918	0,888	41	0,941	0,920
10	0,842	0,791	26	0,920	0,891	42	0,942	0,922
11	0,850	0,792	27	0,923	0,894	43	0,943	0,923
12	0,859	0,805	28	0,924	0,896	44	0,944	0,924
13	0,866	0,814	29	0,926	0,898	45	0,945	0,926
14	0,874	0,825	30	0,927	0,900	46	0,945	0,927
15	0,881	0,835	31	0,929	0,902	47	0,946	0,928
16	0,887	0,844	32	0,930	0,904	48	0,947	0,929
17	0,892	0,851	33	0,931	0,906	49	0,947	0,929
18	0,897	0,858	34	0,933	0,908	50	0,947	0,950

Приложение 4

Критические точки распределения *t*-критерия Стьюдента

Число степеней свободы *k*	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,71	31,82	63,66	318,31	636,62
2	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04

Продолжение таблицы

Число степеней свободы k	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,50	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,48	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,75
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,73
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,43	3,71
27	1,70	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,47	2,76	3,41	3,67
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,16	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
	Уровень значимости α (односторонняя критическая область)					

Приложение 5

Критические точки распределения критерия Уилкоксона, используемого для сравнения двух попарно зависимых выборок

n	α		*n*	α		*n*	α	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
6	1	–	13	18	11	20	53	39
7	3	–	14	22	14	21	60	44
8	5	1	15	26	17	22	67	50
9	7	3	16	31	21	23	74	56
10	9	4	17	36	24	24	82	62
11	12	5	18	41	29	25	90	69
12	15	8	19	47	33			

Приложение 6

Некоторые статистические функции табличного процессора Microsoft Excel

Функция	Описание
ДИСП	Оценивает дисперсию по выборке (логические значения и текст игнорируются)
ДОВЕРИТ	Возвращает доверительный интервал для среднего генеральной совокупности
КВАДРОТКЛ	Возвращает сумму квадратов отклонений точек данного от среднего по выборке
КОРРЕЛ	Возвращает коэффициент корреляции между двумя множествами данных
МАКС	Возвращает максимальное значение из списка аргументов. Логические значения или текст игнорируются
МЕДИАНА	Возвращает медиану исходных чисел
МИН	Возвращает минимальное значение из списка аргументов. Логические значения или текст игнорируются
МОДА	Возвращает значение моды множества данных
ПИРСОН	Возвращает коэффициент корреляции Пирсона, *r*
СРЗНАЧ	Возвращает среднее (арифметическое) своих аргументов, которые могут быть числами или именами, массивами или ссылками на ячейки с числами
СТАНДОТКЛОН	Оценивает стандартное отклонение по выборке. Логические значения или текст игнорируются
СТЬЮДРАСПОБР	Возвращает обратное распределение Стьюдента
СЧЕТ	Подсчитывает количество чисел в списке аргументов

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гинзбург, Г. И. Расчетно-графические работы по спортивной метрологии / Г. И. Гинзбург, В. Г. Киселев. – Минск, 1984.

2. Годик, М. А. Спортивная метрология: учеб. для ин-тов физ. культуры / М. А. Годик. – М., 1988.

3. Губа, В. П. Методы математической обработки результатов спортивно-педагогических исследований: учеб.-метод. пособие / В. П. Губа, В. В. Пресняков. – М.: Человек, 2015. – 288 с.

4. Основы математической статистики: уч. пособие для ин-тов физ. культуры / под общ. ред. В. С. Иванова. – М., 1990.

5. Основы педагогических измерений. Вопросы разработки и использования педагогических тестов: учеб.-метод. пособие / под общ. ред. В. Д. Скаковского. – Минск, 2009.

6. Смирнов, Ю. И. Спортивная метрология: учеб. для студ. пед. вузов. / Ю. И. Смирнов, М. М. Полевщиков. – М.: Академия, 2000. – 232 с.

7. Спортивная метрология: учеб. для ин-тов физ. культуры / под общ. ред. В. М. Зациорского. – М., 1982.

8. Шупляк, В. И. Математическая статистика: курс лекций / В. И. Шупляк. – Минск: РИВШ, 2011. – 228 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

Рукавицына Светлана Леонидовна
Волков Юрий Олегович
Солтанович Лилия Леонидовна и др.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ИЗМЕРЕНИЙ В СПОРТЕ

Практикум

Корректор *Ю. М. Киреева*
Компьютерная верстка *Т. Г. Данилевич*

Подписано в печать 01.08.2019. Формат 60×84/16. Бумага офсетная.
Ризография. Усл. печ. л. 6,22. Уч.-изд. л. 4,99. Тираж 300 экз. Заказ 39.

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования
«Белорусский государственный университет физической культуры».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий
№ 1/153 от 24.01.2014.
Пр. Победителей, 105, 220020, Минск.